PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

Segunda Lista de Exercícios

(**Prazo de entrega: dia 21 de julho)**

Exercício 1

Classifique os sistemas abaixo quanto à: linearidade, causalidade e invariância no tempo. Justifique suas respostas.

a) $y[n] = (n + 5)^2 x[n + 4]$
b) $y[n] = \sqrt{3}x[n-1] + \mathrm{e}^{-2(n+2)\pi}$
c) $y[n] = x[n] + \mathrm{sen}[\pi n/6]$
d) $y[n] = y[n-1] + x[n + 5] + x[n-5]$
e) $y[n] = x[7n-3]$

Exercício 2

Para os sistemas descritos pelas respostas ao impulso abaixo, determine se são estáveis ou instáveis no sentido BIBO. Justifique suas respostas.

a) $h[n] = 2^{-n}u[n]$
b) $h[n] = 0{,}5^n u[n] - 0{,}5^n u[4-n]$
c) $h[n] = \left(\frac{\mathrm{sen}\,[\omega n]}{\cos\,[\omega n]}\right)u[n]$, com $\omega = \frac{\pi}{4}$
d) $h[n] = \left(\frac{1}{n}\right)u[n-1] - \delta[n]$

Exercício 3

A função de auto-correlação de um sinal determinístico discreto $x[n] \in \mathbb{R}$ é definida por $r[\tau] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]x[n+\tau]$. Escreva $r[\tau]$ como uma soma de convolução, i.e., $r[\tau] = (x * v)[\tau]$, onde $v[n]$ é alguma versão de $x[n]$.

Exercício 4

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas. Justifique suas respostas.

a) A ligação **em série** de um sistema causal com outro não-causal é sempre causal.
b) A ligação **em paralelo** de dois sistemas distintos, um estável e outro instável, é sempre instável.
c) A ligação **em paralelo** de dois sistemas distintos, ambos variantes no tempo, é sempre variante no tempo.
d) A ligação **em série** de dois sistemas distintos, um invariante e outro variante no tempo, é sempre variante no tempo.
e) A ligação **em série** de dois sistemas distintos, ambos variantes no tempo, é sempre variante no tempo.

Exercício 5

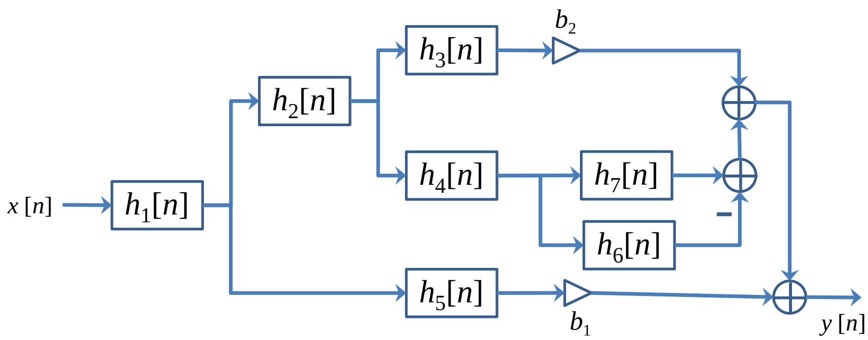
Seja o sistema expansor (também chamado de interpolador) definido abaixo, com M inteiro.

$$y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{M}\right], & \text{se } n/M \in \mathbb{Z} \\ 0 \quad , & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O sistema é invariante no tempo?

Exercício 6

Para o sistema mostrado na figura abaixo.



a) Encontre a expressão para resposta impulsiva do sistema.
b) Calcule a saída do sistema para $x[n] = \delta[n]$.

Exercício 7

Seja o sinal senoidal discreto $x[n] = (g + \cos[\pi n])u[n]$, cuja média é não-nula, i.e., $x[n]$ contém uma componente DC (*Direct Current*) igual a g (desconhecida).

a) Projete um sistema FIR de primeira ordem que seja capaz de **estimar** o nível DC observado em $x[n]$. Em outras palavras, $T\{x[n]\} = g, \; \forall n > 0$.
b) Projete outro sistema FIR de primeira ordem que seja capaz de **rejeitar** o nível DC observado em $x[n]$. Em outras palavras, $T\{x[n]\} = x[n] - g, \; \forall n > 0$.
c) (**Opcional Matlab)** Implemente os dois sistemas acima em Matlab. Reporte e critique os resultados experimentais obtidos (entrada vs. saída do sistema) para $g = 1$ e $g = 5$.

Exercício 8

A saída de um dado sistema ($h_1[n]$) discreto e causal é formada pela soma do sinal de entrada com uma versão atrasada (de L amostras) e atenuada (b vezes menor) da própria entrada.

a) Escreva a resposta impulsiva do sistema, i.e. $h_1[n]$.
b) Projete outro sistema causal $h_2[n]$ que, ao ser ligado em série com $h_1[n]$, desfaça o efeito desse, a menos possivelmente de um certo atraso.
c) Classifique as respostas impulsivas dos dois sistemas quanto à duração.
d) Discuta a estabilidade de $h_2[n]$ em relação ao valor de b.
e) **(Opcional Matlab)** Implemente os dois sistemas em Matlab para $M = 900$ e $b = 0{,}9$.
   i. Obtenha a saída do sistema $h_1[n]$ para o sinal de voz aqui disponível.
   ii. Obtenha a saída de $h_2[n]$ para o mesmo sinal de voz.
   iii. Obtenha a saída de $(h_1 * h_2)[n]$ para o mesmo sinal de voz.
   iv. Plote convenientemente os resultados obtidos de modo a evidenciar os efeitos observados.
   v. Ouça e comente os resultados obtidos em cada caso.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica
Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - CEP 25651-075

Ministério da Ciência e Tecnologia
BRASIL UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

SEGUNDA Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 27 de outubro de 2009)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas.

Exercício 1

Classifique os sistemas abaixo quanto à: linearidade, causalidade e invariância no tempo.

a) $y[n] = x[n-1] + 1$
b) $y[n] = n^3 x[n+7]$
c) $y[n] = x[n] - x[n-10]$
d) $y[n] = x[n] - 2x[n-1] + \frac{1}{2}y[n-1]$
e) $y[n] = x[7(n-1)]$

Exercício 2

Para os sistemas com respostas ao impulso abaixo, determine se são estáveis ou instáveis no sentido BIBO.

a) $h[n] = u[n]$
b) $h[n] = b^n u[n] - b^n u[4-n]$, com $0 < |b| < 1$
c) $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[n]$
d) $h[n] = \tan\left(\frac{\pi n}{10}\right)(u[n] - u[n-60])$

Exercício 3

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas. Justifique suas respostas.

a) O sistema resultante da convolução de dois sistemas discretos distintos, ambos variantes no tempo, é sempre variante no tempo.
b) O sistema resultante da soma de dois sistemas discretos distintos, um estável e outro instável, é sempre instável.
c) O sistema resultante da convolução de um sistema discreto causal com outro não-causal é sempre não-causal.
d) O sistema resultante da convolução de dois sistemas discretos distintos, um invariante e outro variante no tempo, é sempre variante no tempo.

Exercício 4

Seja o sistema expansor definido abaixo, com M inteiro.

$$y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{M}\right], & \text{se } n/M \in \mathbb{Z} \\ 0 \quad , & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Considerando $M = 3$:

a) Encontre a saída do sistema à entrada $x[n] = n(u[n] - u[n-10])$, para $0 \leq n \leq 10$;

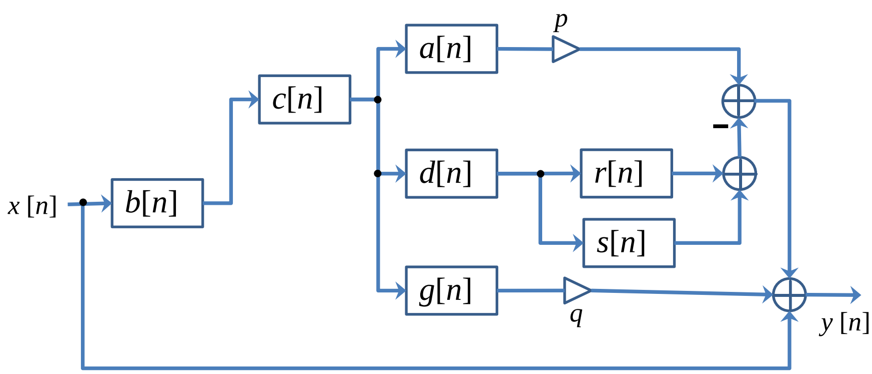
b) Encontre a resposta ao impulso do sistema, para $0 \leq n \leq 5$;

c) Encontre a resposta do sistema à entrada $x[n] = \delta[n-2]$, para $0 \leq n \leq 5$;

d) Classifique o sistema quanto à variância no tempo.

Exercício 5

Para o sistema mostrado na figura abaixo.



a) Encontre a expressão para o sistema equivalente que transforma x$[n]$ em $y[n]$;

b) Determine a resposta impulsiva do sistema.

Exercício 6

Um sinal discreto $x[n]$ é linearmente distorcido ao passar por um canal de transmissão causal que pode ser modelado pela equação de diferenças

$$y[n] = x[n] + ay[n-1].$$

a) Determine a resposta impulsiva $h_1[n]$ do canal de transmissão, considerando que o sistema está inicialmente relaxado;

b) Discuta a estabilidade (no sentido BIBO) de $h_1[n]$ em relação ao valor de a.

c) Projete outro sistema causal $h_2[n]$ que, ao ser ligado em série com $h_1[n]$, desfaça o efeito desse, a menos possivelmente de certo atraso inteiro;

d) Classifique as respostas impulsivas dos dois sistemas quanto à duração.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Digital Signal Processing

SECOND List of Exercises

(Deadline: 27th of October, 2009)

Indicate the rationale behind your proposed solutions. Moreover, always justify your answers.

Question 1

Classify the systems below according to the following properties: linearity, causality, and time invariance.

a) $y[n] = x[n-1] + 1$
b) $y[n] = n^3 x[n+7]$
c) $y[n] = x[n] - x[n-10]$
d) $y[n] = x[n] - 2x[n-1] + \frac{1}{2}y[n-1]$
e) $y[n] = x[7(n-1)]$

Question 2

For the systems with impulse responses given below, determine whether they are stable or instable in the BIBO sense.

a) $h[n] = u[n]$
b) $h[n] = b^n u[n] - b^n u[4-n]$, with $0 < |b| < 1$
c) $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[n]$
d) $h[n] = \tan\left(\frac{\pi n}{10}\right)(u[n] - u[n-60])$

Question 3

Criticize the following statements, i.e., tell whether they are true or false. Justify your answers.

a) A system that results from the linear convolution of two distinct discrete systems, both time-variant, is always time-variant.
b) A system that results from the addition of two distinct discrete systems, one stable and the other instable, is always instable.
c) A system that results from the linear convolution of a causal system with a non-causal system is always non-causal.
d) A system that results from the linear convolution of two distinct discrete systems, one time-invariant and the other time-variant, is always time-variant.

Question 4

Consider the expander system defined below, for an integer M.

$$y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{M}\right], & \text{if } n/M \in \mathbb{Z} \\ 0 \quad , & \text{otherwise} \end{cases}$$

For $M = 3$:

a) Find the output of the system to the input $x[n] = n(u[n] - u[n-10])$, for $0 \le n \le 10$;

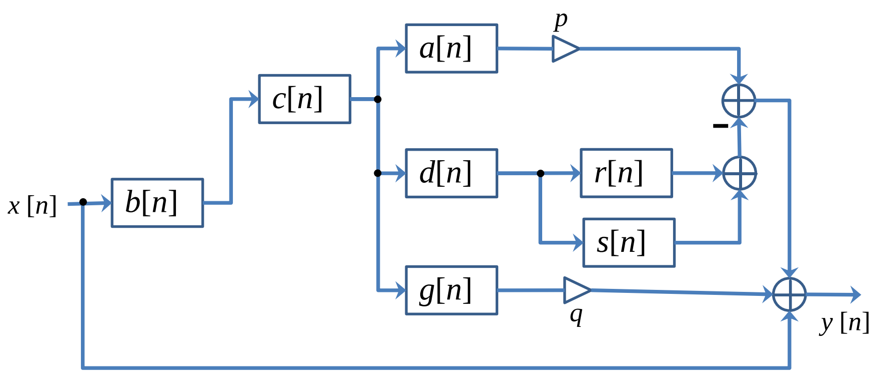
b) Find the impulse response of the system for $0 \le n \le 5$;

c) Determine the system response to the input $x[n] = \delta[n-2]$, for $0 \le n \le 5$;

d) Classify the system according to the time-invariance property.

Question 5

For the system depicted in the figure below:



a) Find an expression for the equivalent system, i.e, $y[n]$ as a function of $x[n]$;

b) Determine the impulse response of the system.

Question 6

A discrete signal $x[n]$ is linearly distorted when passing through a causal transmission channel, which can be modeled by the following difference equation

$$y[n] = x[n] + ay[n-1].$$

a) Determine the impulse response of $h_1[n]$ of the transmission channel, assuming that the system is initially relaxed;

b) Discuss the stability (in the BIBO sense) of $h_1[n]$ with respect to the value of a.

c) Design another causal system $h_2[n]$ that completely compensates (undoes) the effect of $h_1[n]$ when cascaded with it, except for possibly a given integer delay;

d) Classify the impulse responses of both systems according to their durations.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica

Ministério da Ciência e Tecnologia

BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - CEP 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

Segunda Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 20 de abril de 2010)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

EXERCÍCIO 1

Classifique os sistemas abaixo quanto à linearidade, à causalidade e à invariância no tempo.

a) $y[n] = \sqrt{2}x[n-7] - \left(\frac{1}{2}\right)^n$
b) $y[n] = \text{sen}\left[\frac{\pi}{3}n\right]x[n+3]$
c) $y[n] = \frac{1}{3}x[n] - \frac{1}{3}x[n-3] + y[n-1]$
d) $y[n] = \frac{1}{3}\{x[n] + x[n-1] + x[n-2]\}$

EXERCÍCIO 2

Obtenha as respostas impulsivas dos sistemas considerados no exercício 1, caso existam.

EXERCÍCIO 3

Para os sistemas com respostas ao impulso abaixo, determine se são estáveis ou instáveis no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded-Output*).

a) $h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n-3] - 3\delta[n-4] + 2\delta[n-5] + \delta[n-6]$
b) $h[n] = \log_{10}[|n-10|]\,u[n]$
c) $h[n] = \alpha^n u[n] - \alpha^n u[-n+10]$, com $0 < |\alpha| < 1$
d) $h[n] = \left(-\frac{1}{5}\right)^n u[-n-1]$

EXERCÍCIO 4

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas. Considere que os sistemas abaixo são discretos no tempo e justifique suas respostas.

a) É linear qualquer sistema para o qual $y[n] = T\{x[n] = 0\} = 0, \forall n$, i.e., sua saída é sempre nula para a entrada nula.
b) É sempre variante no tempo qualquer sistema linear formado pela ligação em série de dois sistemas lineares distintos, ambos variantes no tempo.
c) Qualquer sistema LTI cuja resposta impulsiva é uma seqüência lateral-direita é sempre causal, porém instável no sentido BIBO.
d) Seja qualquer sistema regido por uma equação de diferenças da forma $\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-k]$, com $M = N$:
   i. Se $N > 0$, garante-se que o sistema é IIR, i.e., tem resposta impulsiva de duração infinita.

ii. O sistema é sempre LTI, uma vez que os parâmetros a_k e b_m são constantes ao longo do tempo n e a equação de diferenças é linear nos parâmetros a_k e b_m.

EXERCÍCIO 5

A denominada Codificação de Huffman é uma das técnicas usadas em compressão/codificação sem perdas de sinais discretos. Em termos gerais, a idéia é representar com menos bits os símbolos com maior probabilidade de ocorrência e vice-versa. Os índices dos níveis de quantização de um A/D podem ser vistos como um conjunto de símbolos que estão disponíveis para representar as amostras de um dado sinal digital. Um recurso usual que favorece a Codificação de Huffman consiste em pré-processar o sinal a ser codificado de modo que dele sejam removidas tendências e variações lentas. Desse modo, a variação de amplitude do sinal pré-processado tende a ser menor, com maior concentração das amostras em torno de zero. Um exemplo de pré-processamento efetuado no estágio de codificação consiste em submeter o sinal a ser codificado $x[n]$ ao sistema discreto

$$y[n] = \frac{1}{1+b}\{x[n] - bx[n]\}, \qquad \text{com} \quad 0{,}9 \leq b < 1.$$

A seqüência $y[n]$ é então codificada, armazenada e transmitida. Cabe ao estágio de decodificação de um receptor recuperar $x[n]$ a partir de $y[n]$.

a) Determine a resposta impulsiva $h[n]$ do pré-processamento realizado no estágio de codificação;
b) Classifique a $h[n]$ do item anterior quanto à duração, i.e., se é FIR ou IIR;
c) Obtenha o sistema inverso ao do pré-processamento, i.e., aquele com resposta impulsiva $h_{\text{inv}}[n]$ que satisfaz $(h_{\text{inv}} * h)[n] = \delta[n]$.
d) Classifique $h_{\text{inv}}[n]$ quanto à duração.

EXERCÍCIO 6 (SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

Considere os sistemas trabalhados no exercício 5 e um sinal de teste, armazenado em formato WAVE, que pode ser obtido clicando-se aqui:

a) Implemente o sistema de pré-processamento, com $b = 0{,}95$;
b) Submeta o sinal de teste $x[n]$ ao pré-processador e obtenha $y[n]$ (versão pré-processada de $x[n]$);
c) Plote $x[n]$ e $y[n]$ na mesma escala de amplitude. Compare visualmente e discuta os resultados observados;
d) Ouça os sinais $x[n]$ e $y[n]$ (na mesma escala de amplitude). Compare e discuta os resultados;
e) Obtenha os histogramas dos valores das amostras de $x[n]$ e $y[n]$. Dica: use a função hist.m do Matlab ou Octave e compute o histograma com 200 canais (*bins*). Compare e discuta os resultados observados;
f) Implemente o sistema inverso ao do pré-processamento;
g) Submeta $y[n]$ ao sistema inverso de modo a obter $\hat{x}[n] = (y * h_{\text{inv}})[n]$, i.e., uma estimativa da seqüência original $x[n]$.
h) Plote e compare visualmente $x[n]$ e $\hat{x}[n]$, assim como o erro $e[n] = x[n] - \hat{x}[n]$.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de
Computação Científica

Ministério da
Ciência e Tecnologia

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - CEP 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Segunda Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 25 de outubro de 2010)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

EXERCÍCIO 1

Classifique os sistemas abaixo quanto à linearidade, à causalidade e à invariância no tempo.

a) $y[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[n-1]\}$
b) $y[n] = -2^{-n} + \pi x[n-3]$
c) $y[n] = (n^2+1)x[n+2]$
d) $y[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-2] + y[n-1]$

EXERCÍCIO 2

Obtenha as respostas impulsivas dos sistemas considerados no exercício 1, caso existam.

EXERCÍCIO 3

Para os sistemas com respostas ao impulso abaixo, determine se são estáveis ou instáveis no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded-Output*).

a) $h[n] = u[n-100]$;
b) $h[n] = \frac{1}{n^2-9}u[n]$
c) $h[n] = \alpha^{-n}u[n+2] - \alpha^{n}u[-n+2]$, com $|\alpha| > 1$
d) $h[n] = n - 10\left\lfloor \frac{n}{10} \right\rfloor$, com $\lfloor v \rfloor$ sendo o maior inteiro menor ou igual a v.

EXERCÍCIO 4

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas. Considere que os sistemas abaixo são discretos no tempo.

a) Se a resposta impulsiva $h[n]$ de um sistema LTI é lateral-direita, então o sistema é sempre causal.
b) A ligação em paralelo (soma) de dois sistemas LTI, ambos IIR, resulta sempre em um sistema IIR.
c) A ligação em série (convolução) de dois sistemas LTI, um IIR e outro FIR é sempre um sistema IIR.
d) Se um sistema LTI causal admite uma realização recursiva, i.e., a sua saída $y[n]$ no instante n depende de saídas $y[k]$ em instantes anteriores $k < n$, então a resposta do sistema à entrada $x[n] = \delta[n]$ é sempre IIR.
e) A resposta impulsiva $h[n]$ de todo sistema BIBO-estável é um sinal de energia.

EXERCÍCIO 5

Um problema comum em sistemas de transmissão de sinais é a propagação multi-caminho. Como ilustrado de modo simplificado na Figura 1, um sinal transmitido percorre dois (ou mais, em geral) caminhos distintos. Deste modo, no receptor chegam o sinal original e uma versão sua atrasada e atenuada. Naturalmente, o objetivo do receptor é recuperar o sinal original a despeito da interferência causada pela propagação multi-caminho no canal de transmissão.

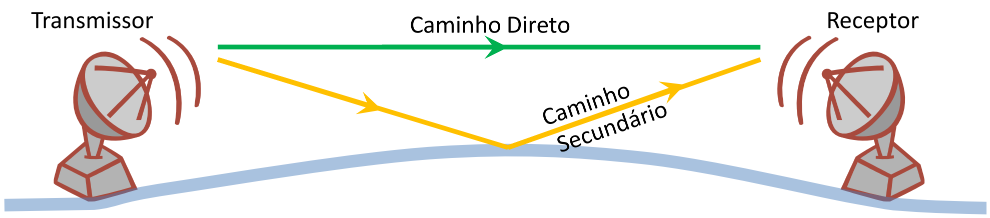


Figura 1. Ilustração esquemática de propagação multi-caminho.

Um modelo (em tempo discreto) para um canal de propagação com dois caminhos é $y[n] = x[n-M] + \alpha x[n-L]$, onde $x[n]$ é o sinal transmitido, $y[n]$ é o sinal recebido, $M \in \mathbb{N}$ é o atraso (em amostras) produzido pelo caminho direto e $L > M$ é o atraso inteiro (em amostras) produzido pelo caminho secundário, sendo o real $0 < \alpha < 1$ seu fator de atenuação.

a) Determine a resposta impulsiva $h[n]$ do canal de transmissão.
b) Classifique a $h[n]$ obtida em (a) quanto à duração (FIR ou IIR).
c) Encontre e classifique quanto à duração a resposta impulsiva $h_{\text{inv}}[n]$ de um sistema causal que seja inverso ao canal, permitindo ao receptor recuperar $x[n]$ a menos de um atraso, i.e., $(h * h_{\text{inv}})[n] = \delta[n - n_0]$. Dica: por conveniência, escolha $n_0 = M$.
d) Discuta a estabilidade (no sentido BIBO) do sistema inverso em função do valor de α.

EXERCÍCIO 6 (SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

Reconsidere o problema do exercício 5 com $M = 0$, $\alpha = 0{,}97$ e $L = 2000$.

a) Escreva uma rotina (em Matlab, Octave, etc.) que implemente o modelo do canal de transmissão $h[n]$.
b) Verifique via simulação (e audição) o efeito do canal sobre o seguinte sinal de teste (link para baixar o arquivo). Comente acerca dos resultados obtidos.
c) Escreva uma rotina (em Matlab, Octave, etc.) que implemente o modelo do sistema inverso $h_{\text{inv}}[n]$.
d) Verifique via simulação (e audição) o efeito da compensação realizada pelo sistema inverso ao ser conectado em série com o modelo do canal. Comente acerca dos resultados obtidos.
e) Suponha que, com sistema inverso fixo, o canal sofra uma variação ao longo do tempo, de modo que α seja reduzido para $\alpha = 0{,}8$. Verifique via simulação (e audição) a eficácia da compensação realizada pelo sistema inverso nessa nova configuração. Comente acerca dos resultados obtidos.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Segunda Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 27 de outubro de 2011, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

EXERCÍCIO 1

Classifique os sistemas abaixo (entrada $x[n]$ e saída $y[n]$) quanto à linearidade, à causalidade e à invariância no tempo. Para aqueles que forem lineares, encontre também a resposta impulsiva $h_k[n]$.

a) $y[n] = x[n]\,\mathrm{sen}\left[\frac{\pi}{14}(n+4)\right]$
b) $y[n] = x[n] + x[|n| - 1]$
c) $y[n] = x[n-1] + \frac{1}{2}y[n-1]$, com $x[n] = 0, \forall n < 0$
d) $y[n] = x[-n+2]$

EXERCÍCIO 2

Considere os sistemas lineares com as respostas ao impulso abaixo (hipotéticas). Determine se tais sistemas são estáveis ou instáveis no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded-Output*).

a) $h[n] = (n-17)^{-1}u[n]$
b) $h_k[n] = \delta[2-k-n]$;
c) $h[n] = -\left(\frac{3}{4}\right)^{n-3} u[2-n]$
d) $h[n] = a^n u[n] + n a^n u[n]$, com $|a| < 1$

EXERCÍCIO 3

Os dois primeiros termos da série de Fibonacci F_n são $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$. Para $n \geq 2$, os termos da série podem ser obtidos pela recursão $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, que pode ser vista como uma equação de diferenças (ED) homogênea de segunda ordem.

a) Obtenha uma expressão em forma-fechada (sem recursão) para F_n, para $n \geq 2$.
b) Encontre um sistema causal LTI, representado por uma ED não-homogênea de segunda ordem, cuja reposta impulsiva $h[n]$ seja idêntica a F_n, para $n \geq 0$.

EXERCÍCIO 4

Discuta as afirmativas abaixo, i.e., justifique se são verdadeiras ou falsas.

a) É BIBO-estável um sistema composto pela ligação em série de dois sub-sistemas LTI distintos, ambos BIBO-estáveis.
b) A convolução das respostas impulsivas de dois sistemas LTI distintos, um causal e outro não-causal, resulta sempre em um sistema LTI equivalente não-causal.
c) Pode ser invariante no tempo um sistema LTI formado pela ligação em paralelo de dois sub-sistemas LTI distintos, um invariante e outro variante no tempo.

EXERCÍCIO 5

No processo de gravação de um sinal analógico de áudio em um disco de vinil, o sinal de corrente elétrica produzido pelo microfone, depois de amplificado, serve de entrada para uma cabeça de corte que esculpe um sulco em trajetória espiral na superfície de um disco. Por sua vez, tal cabeça de corte opera segundo a Lei de Faraday da indução eletromagnética, de modo que o deslocamento espacial de uma lâmina de corte (relativo à própria cabeça) ao longo do tempo é proporcional à integral do sinal elétrico de entrada. Por exemplo, o sinal elétrico $s(t) = A\cos(\Omega t)$, com frequência Ω em rad/s, produz um deslocamento da lâmina de corte $d_{\text{lc}}(t) = \int_0^t s(t)dt = \frac{A}{\Omega}\text{sen}(\Omega t)$. Logo, fica evidente que a excursão espacial do sulco é diretamente proporcional amplitude, mas inversamente proporcional à frequência do sinal de entrada. Em outras palavras, a gravação de um sinal com baixas frequências, algo abundante em áudio, exige um espaçamento radial entre duas voltas adjacentes do sulco maior do que o necessário para gravar um sinal de mesma amplitude e frequências mais altas. Naturalmente, isso diminui a capacidade temporal de armazenamento de sinal do meio.

Para contornar o problema acima, a RIAA (*Recording Industry Association of America*) definiu nos anos 50 um esquema padrão de pré-ênfase de sinal (antes da gravação do sulco no disco) em que componentes frequenciais abaixo de 1000 Hz são progressivamente atenuadas em amplitude, enquanto aquelas acima desse valor são gradativamente amplificadas. Essa distorção intencional deve ser obrigatoriamente desfeita durante a reprodução do disco pelo amplificador de áudio que recebe o sinal do toca-discos.

Considere a seguinte aproximação grosseira (já em tempo discreto) para o sistema de pré-ênfase: $T_1\{x[n]\} = y[n] = x[n] - 0{,}9x[n-1]$, onde $x[n]$ é o sinal original de interesse e $y[n]$ a sua versão após a aplicação da pré-ênfase.

a) Determine a resposta impulsiva do sistema $T_1\{\cdot\}$ e a classifique quanto à duração.
b) Encontre um sistema LTI causal $T_2\{\cdot\}$ que seja o inverso de $T_1\{\cdot\}$, i.e., $T_2\{T_1\{x[n]\}\} = x[n]$.
c) Determine a resposta impulsiva do sistema inverso e a classifique quanto à duração.
d) Escreva scripts em Matlab (ou outra linguagem usual de programação) que implementem os sistemas de pré-ênfase e o seu inverso. Dica: fazer o processamento amostra-a-amostra.
e) Verifique experimentalmente o efeito auditivo do sistema de pré-ênfase sobre o sinal disponibilizado no link abaixo. Em seguida, verifique experimentalmente o efeito auditivo do sistema inverso sobre o sinal distorcido. Comente os resultados obtidos.

Link para baixar o sinal de teste:

http://www.lncc.br/~pesquef/GA038_4t11/listas/sinal_lista2.wav

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Segunda Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 25 de outubro de 2012, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

EXERCÍCIO 1

Classifique os sistemas abaixo (entrada $x[n]$ e saída $y[n]$) quanto à linearidade, à causalidade e à invariância no tempo. Para aqueles que forem lineares, encontre também a resposta impulsiva.

a) $y[n] = x^2[n] - x[n-1]x[n+1]$
b) $y[n] = x[n-1] + \pi^3 x[n-10]$
c) $y[n] = \frac{1}{5}y[n-1] + 2x[n]$, com $x[n] = 0, \forall n < 0$ e $y[-1] = 0$
d) $y[n] = x[5-n]$

EXERCÍCIO 2

Considere os sistemas lineares com as respostas ao impulso abaixo (hipotéticas). Determine se tais sistemas são estáveis ou instáveis no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded-Output*).

a) $h_k[n] = \delta[-k-n+5]$
b) $h[n] = a^{|n|}$, com $a = \frac{j}{10}$ e $j = \sqrt{-1}$
c) $h_k[n] = 2\delta[n-k] - \operatorname{tg}\left[\frac{\pi(n-3)}{20}\right]\delta[n-3-k]$
d) $h[n] = -u[-3-n]4a^n$, com $a = 2$

EXERCÍCIO 3

A famosa fórmula de Tchebychev para o cálculo do cosseno de arco múltiplo é:

$\cos(n\theta) = 2\cos(\theta)\cos\big((n-1)\theta\big) - \cos\big((n-2)\theta\big)$, com $n \in \mathbb{Z}$ e θ em rad.

a) Obtenha a representação funcional e as condições auxiliares de uma ED homogênea cuja solução seja $y_h[n] = \cos(n\theta)$, para $n \geq 0$.
b) Encontre um sistema causal LTI (inicialmente relaxado), representado por uma ED não-homogênea, cuja reposta impulsiva $h[n] = \cos(n\theta)$.

EXERCÍCIO 4

Discuta as afirmativas abaixo, i.e., justifique se são verdadeiras ou falsas.

a) A ligação em paralelo (soma) de dois sistemas LTI, ambos IIR, pode resultar em um sistema FIR.
b) Na ligação em série de dois sistemas lineares distintos, basta que um seja invariante no tempo para que o sistema resultante seja variante no tempo.
c) É BIBO-estável todo sistema LTI com resposta impulsiva FIR.
d) É necessariamente IIR todo sistema LTI causal que admite uma realização recursiva, i.e., a sua saída $y[n]$ no instante n depende de saídas $y[k]$ em instantes anteriores $k < n$.

EXERCÍCIO 5

Encontre um sistema LTI causal inverso ao sistema média-móvel (LTI causal) de primeira ordem, definido pela ED $y[n] = \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}x[n-1]$.