PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

Terceira Lista de Exercícios

(**Prazo de entrega: dia 28 de julho)**

Exercício 1

Para cada uma das seqüências abaixo listadas, determine a transformada-z e a região de convergência (RDC) correspondente. Justifique suas respostas.

a) $x[n] = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{n} u[n] + \left(\frac{\pi}{6}\right)^{n} u[n]$

b) $x[n] = \cos[\omega_0 n]\, u[n] + j\text{sen}[\omega_0 n] u[n]$

c) $x[n] = -e^{\frac{\pi n}{10}} u[-n-1] + \delta[n-3]$

d) $x[n] = (u[n-2] - u[n-4]) * (u[n-2] - u[n-4])$

e) $x[n] = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-3} u[-n-2]$

Exercício 2

Encontre a seqüência $x[n]$ cuja transformada-z é dada por

$$X(z) = \frac{(1+5z)(1-3z^{-1})(1+2z^{-1})}{z^{-1}}$$

Exercício 3

Considere o sistema descrito pela equação a diferenças $y[n] - 2y[n-1] = 2x[n] - x[n-1]$.

a) Obtenha a sua função de transferência $H(z)$.

b) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$.

c) Uma versão do sistema com resposta impulsiva $h[n]$ causal é estável? Justifique sua resposta.

d) Desenhe uma representação do sistema através de diagrama de blocos.

Exercício 4

Considere o sistema descrito pela equação a diferenças $y[n] = x[-n+3]$. Ademais, suponha que a transformada-z de uma dada entrada $x[n]$ para o sistema seja dada por

$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}.$$

a) Obtenha a expressão algébrica da transformada-z de $y[n]$.

b) Discuta a estabilidade do sistema em dois cenários: com entrada $x[n]$ causal e $x[n]$ não-causal. Em cada caso, indique a região de convergência de $Y(z)$.

Exercício 5

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas. Justifique suas respostas.

a) Os pólos de sistemas LTI com resposta impulsiva **FIR** se situam sempre na origem do plano-z.

b) A implementação prática de sistemas LTI com resposta impulsiva **IIR** pode não ser recursiva.

c) A função de transferência $H(z)$ de um sistema estável e não-causal pode conter pólos no exterior do círculo unitário.

d) A função de transferência $H(z)$ de um sistema LTI com resposta impulsiva **FIR** é sempre limitada em magnitude.

Exercício 6

A entrada de um sistema LTI causal é dada por $x[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^n u[n] + u[-n-1]$. A saída correspondente $y[n]$ tem transformada-z dada por

$$Y(z) = \frac{-(5z)^{-1}}{(1-(5z)^{-1})(1-z^{-1}+0{,}9z^{-2})}.$$

a) Encontre a expressão algébrica para a função de transferência $H(z)$ do sistema e a respectiva RDC.

b) Determine a RDC de $Y(z)$.

c) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$.

d) O sistema é estável? Sua $h[n]$ é FIR ou IIR?

Justifique suas respostas.

Exercício 7

Seja o sistema LTI causal cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{1+z^{-2}}{1+\alpha^2 z^{-2}}, \text{ com } 0 \ll \alpha < 1.$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$.

b) Escreva a equação de diferenças que representa o sistema.

c) Desenhe a representação do sistema através de diagrama de blocos.

d) Encontre a saída $y[n]$ do sistema para a entrada $x[n] = \cos\left[\frac{7\pi n}{2}\right] u[n]$. Justifique sua resposta.

e) Discuta uma possível serventia de tal sistema.

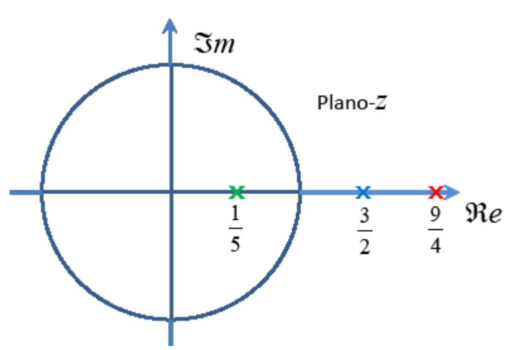
Exercício 8

Considere a função de transferência do sistema $H(z)$ cujo diagrama de pólos e zeros é mostrado abaixo.

a) Determine a RDC de $H(z)$ sabendo que o sistema é estável.

b) Tal sistema pode ser concomitantemente causal e estável? Justifique.

c) Indique se a resposta impulsiva $h[n]$ é lateral direita, lateral esquerda ou bi-lateral. Justifique.



PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

TERCEIRA Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 05 de novembro de 2009)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas.

Exercício 1

Determine a transformada-z e a região de convergência (RDC) de cada uma das seqüências $x[n]$ abaixo.

a) $x[n] = \delta[n-2] * \left\{\left(\frac{\pi}{8}\right)^n u[n]\right\}$
b) $x[n] = (u[n-3] - u[n-5]) * (u[n-5] - u[n-8])$
c) $x[n] = \cos[\omega_0 n]\, u[n] + j\mathrm{sen}[\omega_0 n] u[n]$
d) $x[n] = \delta[n-1] - e^{\frac{\pi n}{50}} u[-n-1]$
e) $x[n] = (-3)^{n-2} u[-n+1]$

Exercício 2

Encontre a resposta impulsiva $h[n]$ de um sistema causal cuja transformada-z é dada por

$$H(z) = \frac{1 - z^{-5}}{1 - z^{-1}}$$

Exercício 3

Considere o sistema descrito pela equação a diferenças $y[n] = 2y[n-2] + x[n-1] - x[n-3]$.

a) Obtenha a sua função de transferência $H(z)$.
b) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$.
c) Uma versão do sistema com resposta impulsiva $h[n]$ causal é BIBO-estável?
d) Desenhe uma representação do sistema através de diagrama de blocos (com atrasadores, ganhos e somadores).

Exercício 4

Um sistema é composto pela ligação em série de dois sub-sistemas: um atrasador de 5 amostras, i.e., $y_1[n] = x_1[n-5]$ e outro cuja relação entrada-saída é dada pela equação de diferenças $y_2[n] = x_2[-n]$. Aplica-se na entrada do sistema uma seqüência $x[n]$, cuja transformada-z é dada por

$$X(z) = \frac{1 - 0{,}2z^{-1}}{1 - 0{,}5z^{-1}}.$$

a) Obtenha $Y(z)$, i.e., a expressão algébrica da transformada-z da saída $y[n]$ do sistema à entrada $x[n]$.
b) Discuta se a saída $y[n]$ do sistema é absolutamente somável em dois cenários: para entrada $x[n]$ lateral-direita ($x[n] = 0$, para $n < 0$) e para $x[n]$ lateral-esquerda ($x[n] = 0$, para $n \geq 0$). Em cada caso, indique a região de convergência de $Y(z)$.

Exercício 5

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas.

a) É factível na prática implementar um sistema com resposta impulsiva infinita utilizando uma estrutura não-recursiva.
b) Se um sistema LTI é FIR**,** seus pólos sempre se situam na origem do plano-z.
c) Se um sistema LTI é IIR, a magnitude de sua função de transferência $H(z)$ é sempre limitada.
d) A função de transferência $H(z)$ de um sistema BIBO-estável não pode conter pólos no exterior do círculo unitário.

Exercício 6

Quando a entrada aplicada a um sistema LTI é

$$\mathrm{x}[n] = \left(\frac{3}{2}\right)^n u[-n-1] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n],$$

a saída correspondente é

$$y[n] = \frac{10}{3}(2)^{-n}u[n] - \frac{10}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n].$$

a) Determine a transformada-z de $x[n]$ e $y[n]$ e as respectivas regiões de convergência.
b) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema e sua região de convergência.
c) Esboce os diagramas de pólos e zeros de $X(z)$, $H(z)$ e $Y(z)$.
d) Escreva uma equação de diferenças que caracterize a relação entrada-saída do sistema.
e) Determine a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema.
f) O sistema é causal? É estável? É de fase-mínima?
g) Suponha o sistema inverso $H_{\mathrm{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)}$: é possível obter $H_{\mathrm{inv}}(z)$ ao mesmo tempo causal e BIBO-estável?

Sugestão: use as tabelas de pares comuns e propriedades da Transformada-z.

Exercício 7

Seja o sistema LTI causal cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{1+\alpha^2}{2}\frac{1-2\cos(\omega)z^{-1}+z^{-2}}{1-(1+\alpha^2)\cos(\omega)z^{-1}+\alpha^2 z^{-2}}, \text{ com } 0 \ll \alpha < 1 \text{ e } 0 \leq \omega \leq \pi.$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$ para $\alpha = 0{,}95$ e $\omega = \pi/6$.
b) Escreva a equação de diferenças que representa o sistema.
c) Desenhe uma representação do sistema através de diagrama de blocos.
d) Considerando os valores de α e ω acima, para que valor tende a saída $y[n]$ do sistema (inicialmente relaxado), quando sua entrada é $x[n] = \cos\left[\frac{13\pi n}{6}\right]u[n]$.
e) Discuta uma possível serventia de tal sistema.

Sugestões: use a função roots.m do Matlab para calcular os pólos e zeros de $H(z)$; use a função freqz.m para visualizar a resposta em freqüência do sistema.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica

Ministério da Ciência e Tecnologia

UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - CEP 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

THIRD List of Exercises

(**Deadline: 5th of November, 2009**)

Indicate the rationale behind your proposed solutions. Moreover, always justify your answers.

Question 1

Determine the z-Transform and corresponding region of convergence (ROC) of the sequences $x[n]$ below.

a) $x[n] = \delta[n-2] * \left\{\left(\frac{\pi}{8}\right)^n u[n]\right\}$

b) $x[n] = (u[n-3] - u[n-5]) * (u[n-5] - u[n-8])$

c) $x[n] = \cos[\omega_0 n]\, u[n] + j\mathrm{sen}[\omega_0 n] u[n]$

d) $x[n] = \delta[n-1] - e^{\frac{\pi n}{50}} u[-n-1]$

e) $x[n] = (-3)^{n-2} u[-n+1]$

Question 2

Find the impulse response $h[n]$ of a causal system whose z-Transform is given by

$$H(z) = \frac{1 - z^{-5}}{1 - z^{-1}}$$

Question 3

Consider the system represented by the difference equation: $y[n] = 2y[n-2] + x[n-1] - x[n-3]$.

a) Find the corresponding transfer function $H(z)$.

b) Sketch the pole-zero diagram of $H(z)$.

c) Could a version of the system with causal impulsive response $h[n]$ be also BIBO-stable?

d) Draw a block diagram (with delays, gains, and adders) that can represent the system.

Question 4

A given system consists of two sub-systems connected in series: a 5-sample delayer and, i.e., $y_1[n] = x_1[n-5]$ cascaded with another sub-system whose input-output relationship is given by $y_2[n] = x_2[-n]$. The z-Transform of an input $x[n]$ fed to the system is given by

$$X(z) = \frac{1 - 0{,}2z^{-1}}{1 - 0{,}5z^{-1}}.$$

a) Find $Y(z)$, i.e., the algebraic expression of the z-Transform associated with the system output $y[n]$ to the above input $x[n]$.

b) Tell whether the output $y[n]$ is absolutely summable in two scenarios: when the input $x[n]$ is right-sided ($x[n] = 0$, for $n < 0$) and when it is left-sided ($x[n] = 0$, for $n \geq 0$). In each case, indicate the ROC of $Y(z)$.

Question 5

Criticize the following statements, i.e., tell whether they a true or false. Justify your answers.

a) It is feasible in practice to implement a system with infinite impulse response through a non-recursive structure;

b) If an LTI system is FIR, its poles are always at the origin of the z-plane.

c) If an LTI system is IIR, the magnitude of its transfer function $H(z)$ is always limited.

d) The transfer function $H(z)$ of a BIBO-stable system cannot contain poles outside the unit circle.

Question 6

When the input applied to an LTI system is

$$\mathrm{x}[n] = \left(\frac{3}{2}\right)^n u[-n-1] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n],$$

the corresponding output is

$$y[n] = \frac{10}{3}(2)^{-n}u[n] - \frac{10}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n].$$

a) Determine the z-transforms of $x[n]$ and $y[n]$ as well as their ROCs.

b) Determine the system transfer function $H(z)$ and its ROC.

c) Sketch the pole-zero diagrams of $X(z)$, $H(z)$, and $Y(z)$.

d) Write a difference equation that represents the input-output relationship of the system.

e) Find the impulse response $h[n]$ of the system.

f) Is the system causal? Is it Stable? Is it minimum-phase?

g) Suppose the inverse system $H_{\mathrm{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)}$: would that be possible to obtain $H_{\mathrm{inv}}(z)$ at the same time causal and BIBO-stable?

Suggestion: use the tables of common z-Transform pairs and z-Transform properties.

Question 7

Consider the causal LTI system whose transfer function is given by

$$H(z) = \frac{1+\alpha^2}{2}\frac{1-2\cos(\omega)z^{-1}+z^{-2}}{1-(1+\alpha^2)\cos(\omega)z^{-1}+\alpha^2 z^{-2}}, \text{ with } 0 \ll \alpha < 1 \text{ and } 0 \leq \omega \leq \pi.$$

a) Sketch the pole-zero diagram of $H(z)$ for $\alpha = 0{,}95$ and $\omega = \pi/6$.

b) Write a difference equation that can represent the system.

c) Draw a block diagram (with delays, gains, and adders) that can represent the system.

d) Considering the values of α e ω given above, determine the value the output $y[n]$ of the system (initially relaxed) tends to, when its input is $x[n] = \cos\left[\frac{13\pi n}{6}\right]u[n]$.

e) Discuss a possible use for such a system.

Suggestions: use the Matlab function roots.m to find the poles and zeros of $H(z)$; use the function freqz.m to visualize the frequency response of the system.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

Terceira Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 04 de maio de 2010)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

EXERCÍCIO 1

Determine a transformada-z e a região de convergência (RDC) de cada uma das seqüências $x[n]$ abaixo.

a) $x[n] = \{(0{,}5 + j0{,}5)^n u[n]\} * \delta[n+3]$
b) $x[n] = \cos^2[\omega_0 n]\, u[n]$
c) $x[n] = \delta[n+2] * (u[n] - u[n-3])$
d) $x[n] = u[-n-1] + \delta[n+1] + \left(0{,}9e^{-j\frac{\pi}{2}}\right)^{n+1} u[n+1]$

EXERCÍCIO 2

Considere um sistema LTI com a seguinte função de transferência:

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-1})\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)(1 + 3z^2)}{z^{-2}}$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$;
b) Encontre a respectiva resposta impulsiva $h[n]$ do sistema;
c) O sistema com tal $h[n]$ em questão é causal e estável?
d) Determine a resposta ao degrau do sistema, i.e., sua saída $y[n]$ quando a entrada é $x[n] = u[n]$.

EXERCÍCIO 3

Considere o sistema descrito pela equação a diferenças $y[n] = x[n] + 2y[n-1] + x[n-1] - 4y[n-2]$.

a) Obtenha a sua função de transferência $H(z)$;
b) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$;
c) Considerando o sistema inicialmente relaxado, obtenha a resposta impulsiva $h[n]$ e a classifique quanto à duração;
d) O sistema é BIBO-estável?
e) Desenhe uma representação do sistema através de diagrama de blocos (com atrasadores, ganhos e somadores).

EXERCÍCIO 4

Reconsidere o sistema inicialmente relaxado do Exercício 3 e suponha que o mesmo é conectado em série com outro sistema descrito por $y[n] = x[-n] + x[-n+1]$.

a) Obtenha a função de transferência $H(z)$ do sistema equivalente e esboce seu diagrama de pólos e zeros;
b) Determine a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema equivalente;
c) Classifique $h[n]$ quanto à duração;
d) O sistema é causal e BIBO-estável?

EXERCÍCIO 5

A saída de um sistema LTI discreto é $y[n] = Ku[n]\{B^n - C^n\}$ quando excitado com $x[n] = A^n u[-n-1] + B^n u[n]$. No mais, sabe-se que A, B e C são reais, sendo $A > 1$, $0 < B < 1$ e $B < C < 1$.

a) Determine a transformada-z de $x[n]$ e de $y[n]$, assim como suas respectivas RDCs;
b) Esboce os diagramas de pólos e zeros de $X(z)$ e $Y(z)$;
c) Com base apenas nos diagramas obtidos no item b, tente inferir a localização de pólos e zeros da função de transferência do sistema $H(z)$;
d) Obtenha a função de transferência $H(z)$ do sistema de modo que $H(z)|_{z=1} = 1$;
e) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$;
f) Represente o sistema através de uma equação de diferenças;
g) Determine a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema e a classifique quanto à duração;
h) O sistema é causal e BIB0-estável?
i) Suponha o sistema inverso $H_{\text{inv}}(z) = \frac{1}{H(z)}$: é possível obter $H_{\text{inv}}(z)$ ao mesmo tempo causal e BIBO-estável?

EXERCÍCIO 6 (COM SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

Refaça os Exercícios 5 e 6 da lista 2 considerando o seguinte sistema de pré-processamento

$$y[n] = \frac{1}{1+b}\{x[n] - bx[n-1]\}, \qquad \text{com} \quad 0{,}9 \leq b < 1.$$

Tente primeiro obter o sistema inverso $h_{\text{inv}}[n]$ sem usar a transformada-z. Em seguida, aborde o problema usando a transformada-z, para confirmar os resultados anteriores ou resolvê-lo, caso não tenha conseguido na primeira tentativa.

i) (item extra ao exercício 6 d lista 2) Considere o sistema de pré-processamento com $b = 1$. No mais suponha que o sinal de teste é contaminado com um nível DC de 0,5, ou seja, $x_c[n] = x[n] + 0{,}5$. Compute a resposta do sistema de pré-processamento à entrada $x_c[n]$ e critique os resultados observados à luz da transformada-z de $x_c[n]$ e daquela de $h[n]$.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Terceira Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 05 de novembro de 2010)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

Dica: Use e abuse das tabelas de pares comuns e propriedades da Transformada-z

EXERCÍCIO 1

Determine a transformada-z e a região de convergência (RDC) de cada uma das seqüências $x[n]$ abaixo.

a) $x[n] = u[n-3] * \delta[n+1] - u[n-3]$

b) $x[n] = -e^{\frac{\pi n}{10}} u[-n-1] + \delta[n+2]$

c) $x[n] = -\left(\frac{3}{2}\right)^{n-3} u[-n+2]$

d) $x[n] = \left(0{,}9e^{\frac{j\pi}{4}}\right)^{n} (0{,}5)^{n} u[n]$

EXERCÍCIO 2

Considere um sistema LTI com a seguinte função de transferência:

$$H(z) = \frac{1}{3}\frac{1-z^{-4}}{1-z^{-1}}, \text{com } |z| > 0$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$;

b) Encontre a respectiva resposta impulsiva $h[n]$ do sistema e a classifique quanto à duração;

c) O sistema em questão é causal e estável?

d) Desenhe uma representação do sistema através de um diagrama de blocos.

e) Determine a resposta ao degrau do sistema, i.e., sua saída $y[n]$ à entrada é $x[n] = u[n]$.

EXERCÍCIO 3

Critique as afirmativas abaixo, i.e., diga se são verdadeiras ou falsas.

a) Todos os pólos de um sistema LTI com $h[n]$ FIR estão localizados na origem do plano-z.

b) Para que um sistema LTI IIR seja BIBO-estável sua função de transferência $H(z)$ não pode conter pólo algum no exterior do círculo unitário.

c) Se a função de transferência $H(z)$ de um sistema LTI contém somente dois pólos reais recíprocos não-nulos e dois zeros na origem, então, pode-se garantir que o sistema é BIBO-instável.

EXERCÍCIO 4

A função de transferência $H(z)$ de um sistema LTI causal de segunda-ordem tem zeros localizados em $z = e^{\frac{j\pi}{2}}$ e $z = e^{\frac{-j\pi}{2}}$ e pólos localizados em $z = \rho e^{\frac{j\pi}{2}}$ e $z = \rho e^{-j\frac{\pi}{2}}$, sendo $0 \ll \rho < 1$.

a) Determine uma expressão algébrica para $H(z)$ e sua RDC.
b) Represente o sistema através de uma equação de diferenças.
c) Desenhe um diagrama de blocos (com atrasadores, somadores e multiplicadores) que represente o sistema.
d) Encontre a saída $y[n]$ do sistema para a entrada $x[n] = \cos\left[\frac{-5\pi n}{2}\right] u[n]$.

EXERCÍCIO 5

Um sistema é formado pela ligação em série de dois sub-sistemas: o primeiro é causal e com função de transferência $H(z) = \frac{\left(z - \frac{1}{b}\right)}{(z-b)}$, com $0 < b < 1$ de valor real; o segundo, que recebe a saída do primeiro, tem relação funcional entrada-saída dada por $y[n] = x[5 - n]$.

Com relação ao primeiro sub-sistema:

a) Desenhe o diagrama de pólos e zeros de sua função de transferência.
b) É BIBO-estável?

Com relação ao sistema equivalente (resultante da ligação em série):

c) Desenhe o diagrama de pólos e zeros de sua função de transferência.
d) Pode ser causal e BIBO-estável ao mesmo tempo?
e) Determine a saída à entrada $x[n] = \delta[n] - b\delta[n-1]$.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Terceira Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 4 de novembro de 2011, 17h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos. Todos os sinais e sistemas sob consideração são a tempo discreto ($n \in \mathbb{Z}$).

EXERCÍCIO 1

Determine (caso exista) a Transformada-$\mathcal{Z}$ e a região de convergência (RDC) de cada uma das sequências $x[n]$ abaixo.

a) $x[n] = -a^n u[-n-3]$
b) $x[n] = (-0{,}4)^n u[n+1] + (0{,}3)^n u[-n-2]$
c) $x[n] = a^{|n|}$, com $|a| < 1$
d) $x[n] = \text{sen}^2[\omega_0 n]u[n]$

EXERCÍCIO 2

Sabe-se que as Transformadas-$\mathcal{Z}$ de duas sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$ distintas podem ter a mesma expressão algébrica, i.e., $X_1(z) = X_2(z)$. Nesses casos, a dubiedade é resolvida pelo conhecimento das Regiões de Convergência (RDC) distintas de $X_1(z)$ e $X_2(z)$. Sejam $x_i[n]$ sequências distintas tais que $x_i[n] \overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow} X(z)$, $i = 1,2,\ldots,L$, ou seja, todas têm Transformada-$\mathcal{Z}$ com a mesma expressão algébrica dada por

$$X(z) = \frac{5z^{-1}}{(1-2z^{-1})(3-z^{-1})} \; .$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $X(z)$.
b) Quantas sequências $x_i[n]$ distintas podem admitir a $X(z)$ acima. Para cada caso, indique a RDC correspondente.
c) Determine uma representação funcional não-recursiva para cada sequência $x_i[n]$ que pode admitir tal $X(z)$.
d) Quais das sequências do item (c) são sinais de energia?

EXERCÍCIO 3

Um sistema linear recebe como entrada a sequência $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u[n-1]$ e entrega como saída a sequência $y[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$.

a) Determine as Transformadas-$\mathcal{Z}$ de $x[n]$ e $y[n]$ e esboce seus diagramas de pólos e zeros.
b) Encontre a função de transferência $H(z)$ e a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema LTI BIBO-estável que satisfaça a relação entrada-saída acima.
c) Existe como solução do item (b) um sistema LTI que seja ao mesmo tempo BIBO-estável e realizável?
d) Para o sistema encontrado no item (b), determine uma representação funcional não-recursiva para sua saída $y[n]$ quando a entrada é $x[n] = \{\ldots,0,0,0,\underset{\uparrow}{1},-1,0,0,\ldots\}$.

EXERCÍCIO 4

Analise as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras ou falsas.

a) Para toda e qualquer sequência $x[n]$ existe necessariamente uma Transformada-$\mathcal{Z}$ $X(z)$ correspondente.
b) Se $\mathrm{x[n]}$ não é absolutamente somável, então a série de potências $\mathrm{X(z)}$ correspondente é sempre não-convergente em todo plano-z.
c) Para que um sistema LTI IIR seja BIBO-estável sua função de transferência não pode conter pólo algum no exterior do círculo unitário.
d) Se a função de transferência de um sistema LTI realizável contém somente dois pólos reais recíprocos não-nulos e dois zeros na origem, então, pode-se garantir que o sistema é BIBO-instável.

EXERCÍCIO 5

Considere o sistema linear formado pela ligação em série dos dois sub-sistemas lineares especificados pelas respostas impulsivas abaixo:

Sistema 1: $h^{(1)}[n] = a^n u[n] - a^{n-2} u[n-1]$, com $0 < a < 1$.

Sistema 2: $h_k^{(2)}[n] = \delta[5 - k - n]$

a) Determine a função de transferência $H^{(1)}(z)$ do Sistema 1 e esboce seu diagrama de pólos e zeros.
b) O Sistema 1 é BIBO-Estável?
c) Para a entrada $x[n] = \delta[n]$ aplicada ao Sistema 1, determine a saída $y[n]$ do Sistema 2 e a respectiva $Y(z)$.
d) Pode-se dizer que a sequência $y[n]$ obtida no item (c) é a resposta impulsiva do sistema completo?
e) Encontre a saída do sistema completo para a entrada $x[n] = \delta[n] - a\delta[n-1]$.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - Cep 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Terceira Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 8 de novembro de 2012, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos. Todos os sinais e sistemas sob consideração são a tempo discreto ($n \in \mathbb{Z}$).

EXERCÍCIO 1

Determine (caso exista) a Transformada-$\mathcal{Z}$ e a região de convergência (RDC) de cada uma das sequências $x[n]$ abaixo.

a) $x[n] = -u[n-3] + u[n-3] * \delta[n+3]$
b) $x[n] = (-1{,}6)^n u[n+2] - \frac{1}{16}(0{,}5)^n u[-n-5]$
c) $x[n] = \{(3+4j)^n u[n]\} * \delta[n+3]$
d) $x[n] = \gamma^{|n|}$, com $|\gamma| < 1$

EXERCÍCIO 2

Sabe-se que as Transformadas-$\mathcal{Z}$ de duas sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$ distintas podem ter a mesma expressão algébrica, i.e., $X_1(z) = X_2(z)$. Nesses casos, a dubiedade é resolvida pelo conhecimento das Regiões de Convergência (RDC) distintas de $X_1(z)$ e $X_2(z)$. Sejam $h_i[n]$ respostas impulsivas de sistemas LTI distintos tais que $h_i[n] \overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow} H(z)$, $i = 1,2,\ldots,L$, ou seja, todas têm Transformada-$\mathcal{Z}$ com a mesma expressão algébrica dada por

$$H(z) = \frac{-\left(\frac{15}{2}+j\right)z^{-1}}{\left(1-\frac{3}{2}jz^{-1}\right)(5-z^{-1})} .$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$.
b) Quantas $h_i[n]$ distintas podem admitir a $H(z)$ acima? Para cada caso, indique a RDC de $H(z)$ correspondente.
c) Determine uma representação funcional não-recursiva para cada $h_i[n]$ encontrada no item (b).
d) Quais sistemas são causais e quais são BIBO-estáveis? Quais são simultaneamente causais e BIBO-estáveis?

EXERCÍCIO 3

Um sistema linear recebe como entrada a sequência $x[n] = -(0{,}7)^n u[-n-1]$ e entrega como saída a sequência $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

a) Determine as Transformadas-$\mathcal{Z}$ de $x[n]$ e $y[n]$ e esboce seus diagramas de pólos e zeros.
b) Encontre a função de transferência $H(z)$ e a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema LTI que satisfaça a relação entrada-saída acima.
c) O sistema encontrado no item (b) é ao mesmo tempo BIBO-estável e de fase mínima?
d) Para o sistema encontrado no item (b), determine uma representação funcional não-recursiva para sua saída $y[n]$ quando a entrada é $x[n] = \{\ldots,0,0,0{,}2_{\uparrow}0,-1{,}0,0,\ldots\}$.

EXERCÍCIO 4

Analise as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras ou falsas.

a) A série de potências $X(z)$ que define a transformada- $\mathcal{Z}$ de uma sequência $x[n]$ só converge se $x[n] \in \ell_1$.

b) Para que um sistema LTI IIR seja BIBO-estável sua função de transferência não pode conter pólo algum no exterior do círculo unitário.

c) Se a função de transferência de um sistema LTI realizável contém somente dois pólos reais simétricos não-nulos e dois zeros na origem, então, pode-se garantir que o sistema é BIBO-instável.

d) Todos os pólos finitos de um sistema LTI com $h[n]$ FIR estão localizados na origem do plano-z.

EXERCÍCIO 5

Considere o sistema linear formado pela ligação em série dos dois sub-sistemas lineares especificados pelas representações abaixo:

Sistema 1: $H^{(1)}(z) = \frac{1-\frac{1}{a}z^{-1}}{1-az^{-1}}$, $|z| > |a|, \text{ com } 0 < a < 1$

Sistema 2: $y[n] = x[2-n]$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros do sistema 1 e determine sua resposta impulsiva.

b) O Sistema 1 é BIBO-Estável?

c) Para a entrada $x[n] = \delta[n-1]$ aplicada ao Sistema 1, determine a saída $y[n]$ do Sistema 2 e a respectiva $Y(z)$.

d) Pode-se dizer que a sequência $y[n]$ obtida no item (c) é a resposta impulsiva do sistema equivalente, atrasada de 1 amostra?

e) Encontre a saída do sistema equivalente para a entrada $x[n] = a\delta[n] - a^2\delta[n-1]$.