PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

Quarta Lista de Exercícios

(**Prazo de entrega: dia 18 de agosto**)

Exercício 1

Em uma dada aplicação de processamento digital de sinais, uma seqüência de entrada $x[n]$ é modificada pelo seguinte sistema:

$$y[n] = x[n] - ax[n-1], \qquad \text{com } 0 < a < 1.$$

a) Encontre a função de transferência do sistema $H(z)$;
b) Esboce $|H(e^{j\omega})|$ e $\angle H(e^{j\omega})$ (fase da resposta em freqüência);
c) Em termos qualitativos, qual o efeito do sistema sobre a magnitude do espectro do sinal de saída $y[n]$, se $x[n] = \delta[n]$?

Suponha que, ao implementar o sistema, um programador se engane e calcule

$$y_2[n] = ax[n] - x[n-1], \qquad \text{com } 0 < a < 1.$$

d) Esboce $|H_2(e^{j\omega})|$ e $\angle H_2(e^{j\omega})$;
e) Quais os efeitos do erro cometido pelo programador sobre a magnitude e fase do espectro de $y_2[n]$, se o sinal de entrada é $\delta[n]$?

Exercício 2

A função de transferência $H(z)$ de certo sistema (filtro) passa-baixas* de primeira ordem, com coeficientes reais, é dada por

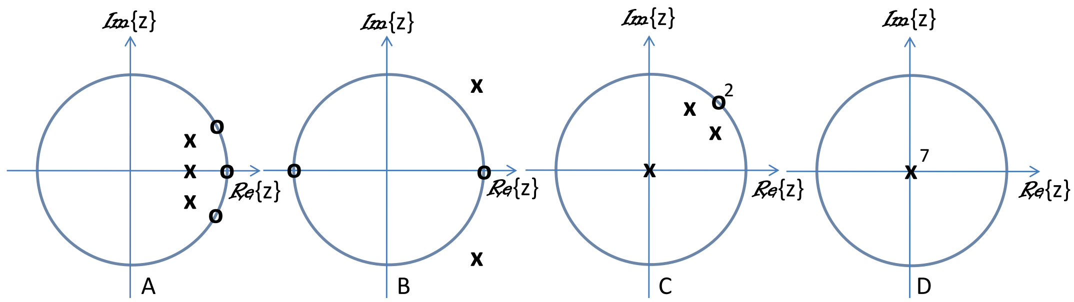
$$H(z) = K\frac{1+z^{-1}}{1-cz^{-1}}, \qquad \text{com } |z| > |c|$$

a) Esboce $|H(e^{j\omega})|$ e $\angle H(e^{j\omega})$;
b) Em qual freqüência ω_0 ocorre o pico (ganho máximo) de $|H(e^{j\omega})|$? Justifique;
c) Determine o valor (real) de K de modo que o ganho máximo de $|H(e^{j\omega})|$ seja unitário. Justifique;
d) Qual o efeito do valor de c sobre $|H(e^{j\omega})|$?
e) Calcule a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema. Sugestão: use as tabelas de pares comuns e propriedades da Transformada-z.

**Deixa passar baixas freqüências e atenua altas freqüências*.

Exercício 3

Suponha os quatro sistemas causais representados pelos diagramas de pólos e zeros abaixo. A circunferência mostrada (em azul) é a de raio unitário.



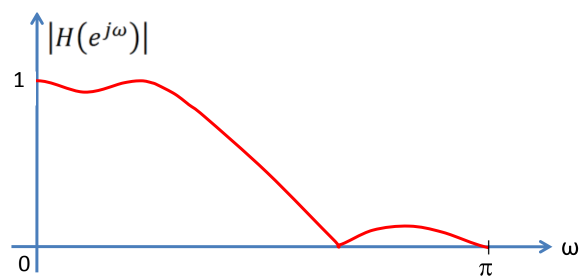
a) Esboce $|H(e^{j\omega})|$ para cada um dos sistemas. Justifique;

b) Para qual sistema a resposta impulsiva correspondente $h[n]$ tem valores complexos? Justifique;

c) Qual a ordem de cada sistema? Justifique.

Exercício 4

Considere um sistema com resposta impulsiva $h[n]$ (de valores reais), cuja magnitude da resposta em freqüência $|H(e^{j\omega})|$ é mostrada abaixo. Considere ainda que não ocorre cancelamento entre pólos e zeros (todos são distintos).

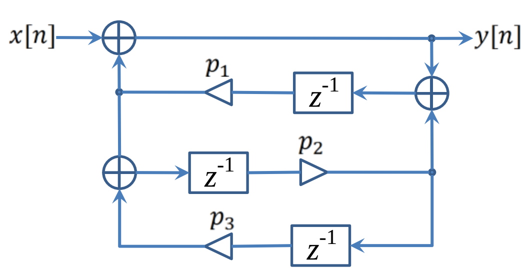


a) Esboce um diagrama de pólos e zeros que represente o sistema.

b) Determine a ordem do sistema. Justifique.

Exercício 5

Para o sistema SISO de terceira-ordem representado pelo diagrama de blocos abaixo:

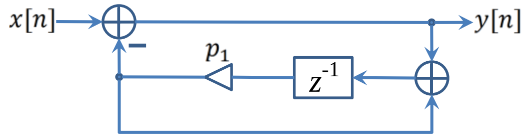


a) Determine as matrizes de estado $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário.

b) Determine a função de transferência do sistema $H(z)$.

Exercício 6

Para o sistema SISO representado pelo diagrama de blocos abaixo:



a) Determine $H(z)$ e $h[n]$ a partir das equações de diferenças **ou** de estado do sistema.

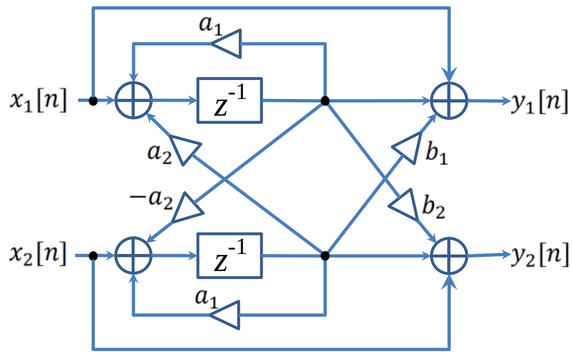
b) A resposta impulsiva do sistema é **FIR** ou **IIR**? Justifique.

c) A implementação do sistema é recursiva ou não-recursiva? Justifique.

d) O sistema é BIBO-estável? É assintoticamente estável? Justifique.

Exercício 7

Para o sistema MIMO representado pelo diagrama de blocos abaixo:



a) Determine as matrizes de estado $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário.

b) Determine os pólos do sistema.

c) Discuta a estabilidade assintótica do sistema em função dos valores de seus parâmetros.

Obs.: No diagrama, os cruzamentos diagonais de linha **não** representam conexão física.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de
Computação Científica

Ministério da
Ciência e Tecnologia

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - CEP 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

QUARTA Lista de Exercícios

(**Prazo de entrega: dia 1 de dezembro de 2009)**

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas.

Exercício 1

Em uma dada aplicação de processamento digital de sinais, uma seqüência de entrada $x[n]$ é modificada pelo seguinte sistema:

$$y[n] = ax[n] - x[n-1], \qquad \text{com } \; a = 0{,}9e^{-j\frac{\pi}{6}}.$$

a) Encontre a função de transferência do sistema $H(z)$;

b) Esboce $|H(e^{j\omega})|$ e $\angle H(e^{j\omega})$ (fase da resposta em freqüência);

c) Em termos qualitativos, se $x[n] = \delta[n]$, qual o efeito do sistema sobre a magnitude do espectro desse sinal de entrada, quando esse é passado pelo sistema?

d) O sistema possui fase-mínima? Em caso negativo, obtenha o sistema correspondente (com mesma resposta de magnitude), mas com fase-mínima. Confronte em um mesmo gráfico as respostas de fase dos dois sistemas.

Exercício 2

A função de transferência $H(z)$ de certo sistema (filtro) passa-altas* de primeira ordem, com coeficientes reais, é dada por

$$H(z) = K\frac{1 - z^{-1}}{1 - cz^{-1}}, \qquad \text{com } |z| > |c|$$

a) Com base na caracterização do sistema acima, discuta acerca de uma faixa plausível para o valor de c;

b) Escolha um valor adequado para c e esboce as respostas $|H(e^{j\omega})|$ e $\angle H(e^{j\omega})$ correspondentes;

c) Qual o efeito do valor de c sobre $|H(e^{j\omega})|$?

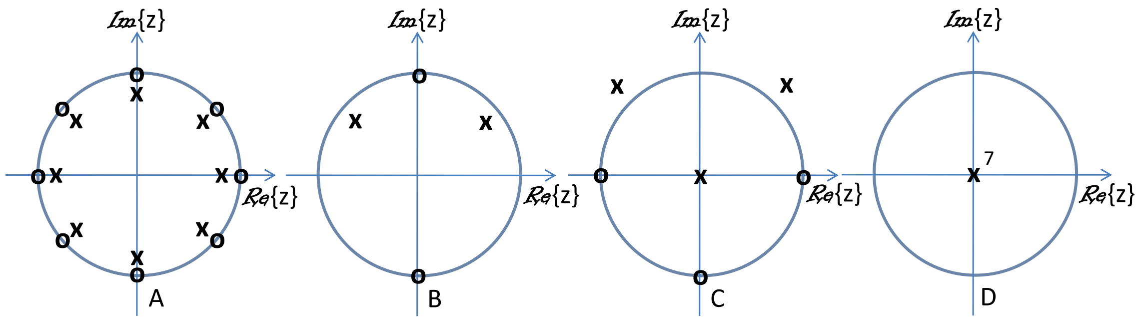
d) Determine K de modo que o ganho máximo de $|H(e^{j\omega})|$ seja unitário;

e) Calcule a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema. Sugestão: use as tabelas de pares comuns e propriedades da Transformada-z.

**Deixa passar sem distorção as altas freqüências (no entorno de π) e atenua as baixas freqüências (no entorno de 0).*

Exercício 3

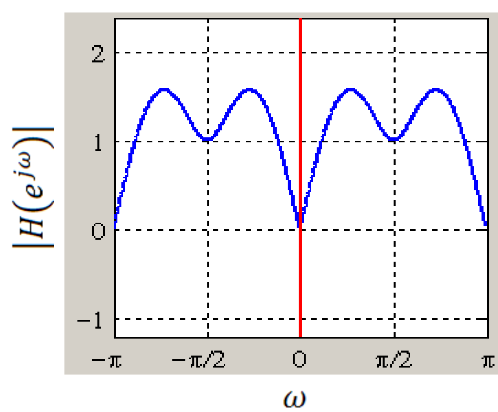
Suponha os quatro sistemas causais representados pelos diagramas de pólos e zeros abaixo. A circunferência mostrada (em azul) é a de raio unitário.



a) Esboce o **formato** de $|H(e^{j\omega})|$ para cada um dos sistemas, desconsiderando o ganho global da respostas em freqüência;
b) Para quais sistemas as respostas impulsivas correspondentes $h[n]$ têm valores complexos?
c) Qual a ordem de cada sistema?
d) Classifique os sistemas quanto à duração (FIR ou IIR) da resposta impulsiva.

Exercício 4

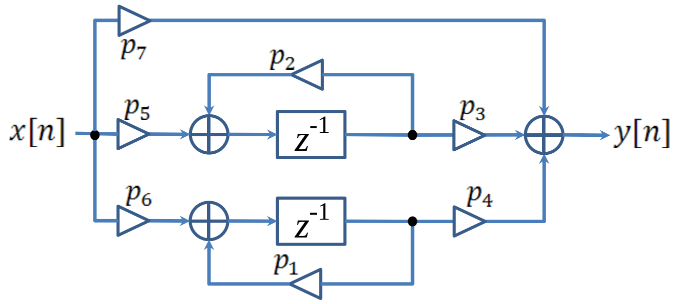
Considere um sistema LTI causal, com resposta impulsiva $h[n]$, cuja magnitude da resposta em freqüência $|H(e^{j\omega})|$ é mostrada abaixo, no intervalo entre $-\pi$ e π. Considere ainda que todos os pólos e zeros sejam distintos.



a) Pode-se afirmar que $h[n]$ é uma seqüência de valores reais?
b) Esboce um diagrama de pólos e zeros que represente aproximadamente um sistema com tal resposta de magnitude;
c) Qual é a ordem do sistema encontrado no item b?
d) Classifique quanto à duração (FIR ou IIR) a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema encontrado no item b.

Exercício 5

Para o sistema SISO (*Single Input Single Output*) representado pelo diagrama de blocos abaixo:



a) Determine as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente sua escolha para os estados;

b) Determine a função de transferência do sistema $H(z)$ em função dos parâmetros p_i, com $i = 1, 2, \dots, 7$;

c) Suponha as seguintes configurações para o sistema:

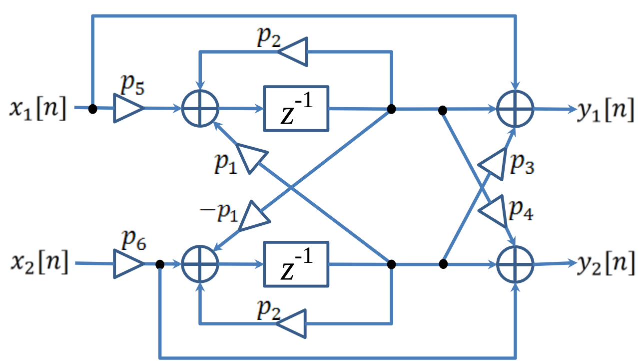
   i. $p_1 = -p_2$, com $0 < p_1 < 1$, $p_3 = 1 - p_4$, com $p_4 = \frac{1}{2}$ e $p_5 = p_6 = p_7 = 1$;

   ii. $p_1 = \frac{1}{p_2}$, com $0 < p_1 < 1$, $p_3 = 1 - p_4$, com $p_4 = 1$ e $p_5 = p_6 = p_7 = 1$;

   Para os dois casos acima, discuta a estabilidade do sistema, tanto no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded Output*), quanto assintótico.

Exercício 6

Para o sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) representado pelo diagrama de blocos abaixo:



a) Determine as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário;

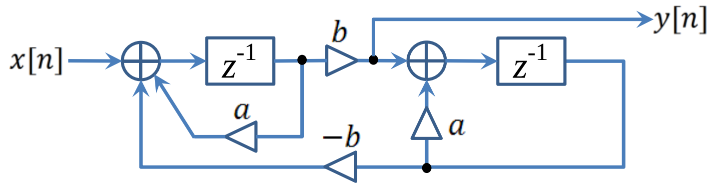
b) Determine os pólos da função de transferência $H(z)$ do sistema;

c) Discuta a estabilidade assintótica do sistema em função dos valores dos parâmetros p_i.

Obs.: No diagrama, os cruzamentos diagonais de linha **não** representam conexão física.

Exercício 7

Considere o sistema causal SISO mostrado no diagrama de blocos abaixo.



a) Obtenha a função de transferência $H(z)$ do sistema, em função dos parâmetros a e b. Sugestão: determine $H(z)$ através da sua relação com uma representação por estados;

b) Determine a e b de modo que os pólos do sistema estejam localizados em $p_1 = re^{j\theta}$ e $p_2 = re^{-j\theta}$;

c) Para $\theta = \frac{\pi}{6}$, esboce em um mesmo gráfico $|H(e^{j\omega})|$ para $r = 0{,}5$, $r = 0{,}8$ e $r = 0{,}98$;

d) Desenhe um diagrama de blocos que corresponda à implementação canônica do sistema, com os coeficientes expressos em função de a e b.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

FOURTH List of Exercises

(**Deadline: 1st of December, 2009**)

Indicate the rationale behind your proposed solutions. Moreover, always justify your answers.

Question 1

In a given digital signal processing application, an input sequence $x[n]$ is modified by the following system:

$$y[n] = ax[n] - x[n-1], \qquad \text{with } a = 0{,}9e^{-j\frac{\pi}{6}}.$$

a) Find the system transfer function $H(z)$;

b) Sketch $|H(e^{j\omega})|$ (magnitude response) and $\angle H(e^{j\omega})$ (phase response) of the system;

c) In qualitative terms, if $x[n] = \delta[n]$, how does the system affect the spectrum magnitude of this input sequence, when passed through the system?

d) Is the system minimum-phase? If not, obtain the corresponding minimum-phase system, i.e., with same magnitude response, but of minimum phase. Plot on a same graph the phase response of both systems.

Question 2

The transfer function $H(z)$ of a certain first-order real-valued high-pass* system (filter) is given by

$$H(z) = K\frac{1 - z^{-1}}{1 - cz^{-1}}, \qquad \text{with } |z| > |c|$$

a) Based on the system characterization given above, discuss a sensible range for the value of parameter c;

b) Choose an adequate value for c and sketch the corresponding responses $|H(e^{j\omega})|$ e $\angle H(e^{j\omega})$;

c) What is the effect of the value of parameter c upon $|H(e^{j\omega})|$?

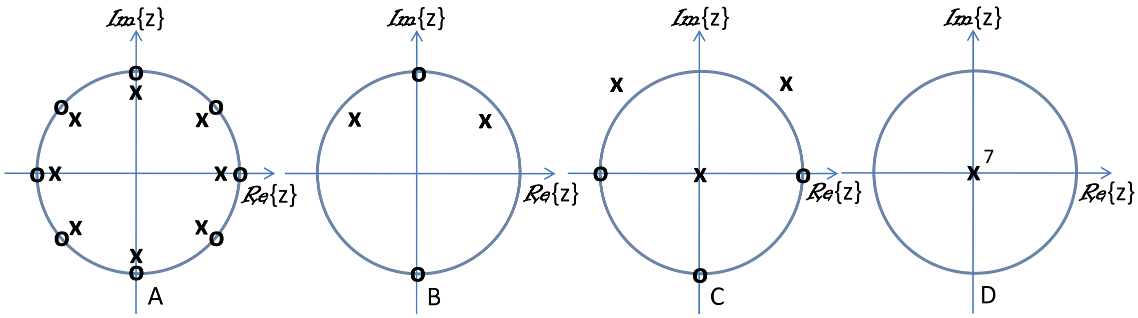
d) Determine K so that the maximum gain of $|H(e^{j\omega})|$ be unity;

e) Find the impulse response $h[n]$ of the system. Suggestion: use the tables of common pairs and properties of the Z-Transform.

**Let pass through undistorted high-frequencies (around π) and attenuates low-frequency components (around 0).*

Question 3

Consider the four causal systems represented by the pole-zero diagrams below. The shown blue circumference is of unity radius.



a) For each system, sketch the **shape** of $|H(e^{j\omega})|$, disregarding the global gain of the magnitude responses;

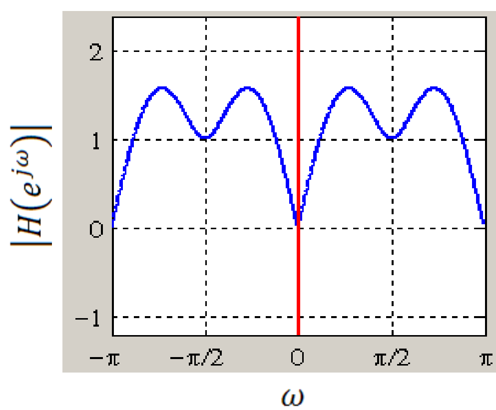
b) For which systems the corresponding impulse responses $h[n]$ are complex-valued?

c) Determine the order of each system.

d) Classify the impulse responses of systems according to the duration, i.e., tell whether they are FIR or IIR.

Question 4

Consider a causal LTI system whose magnitude response $|H(e^{j\omega})|$ is plotted below, within the interval from $-\pi$ to π. Consider also that all poles and zeros are distinct.



a) Is $h[n]$ a real-valued sequence?

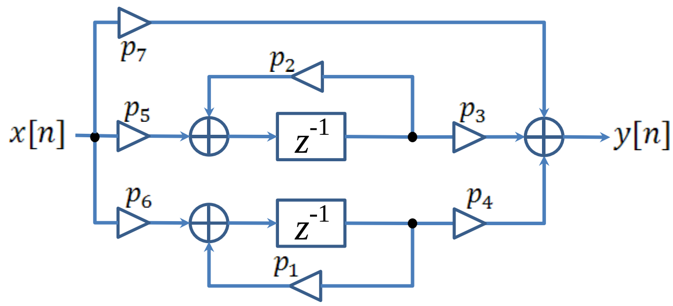
b) Sketch a pole-zero diagram that approximately represents a system with such a magnitude response.

c) What is the order of the system obtained in item b?

d) Classify the impulse response $h[n]$ of the system found in item b, according to its duration (FIR or IIR).

Question 5

For the SIS0 (Single Input Single Output) system represented by the block diagram below:



a) Find the matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ of a state-space representation of the system. Suggestion: define each state at time-instant n as the output o each unit delay. Clearly indicate your choice for the states.

b) Determine the system transfer function $H(z)$ in terms of the parameters p_i, with $i = 1, 2, \dots, 7$.

c) Suppose the following system configurations:

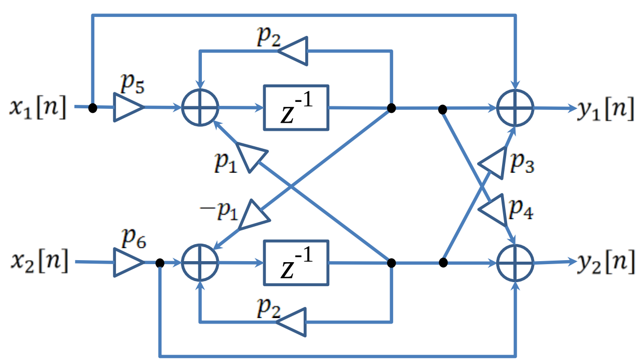
   i. $p_1 = -p_2$, with $0 < p_1 < 1$, $p_3 = 1 - p_4$, with $p_4 = \frac{1}{2}$, and $p_5 = p_6 = p_7 = 1$;

   ii. $p_1 = \frac{1}{p_2}$, with $0 < p_1 < 1$, $p_3 = 1 - p_4$, with $p_4 = 1$, and $p_5 = p_6 = p_7 = 1$;

   In the two scenarios, discuss the system stability, not only in the BIBO (Bounded-Input Bounded Output) sense, but also in the asymptotic sense.

Question 6

For the MIMO (Multiple Input Multiple Output) system represented by the block diagram below:



a) Find the matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ of a state-space representation of the system. Suggestion: define each state at time-instant n as the output o each unit delay. Clearly indicate your choice for the states.

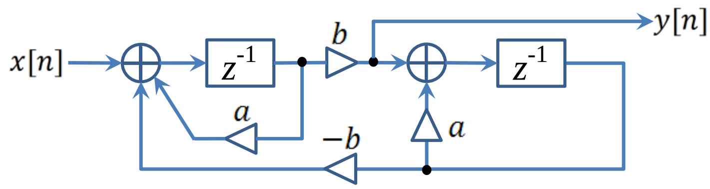
b) Determine poles of the system transfer function $H(z)$.

c) Discuss the asymptotic stability of the system in function of the values of parameters p_i.

Note: On the above diagram, the diagonal line crossings do not imply physical connection.

Question 7

Consider the causal SISO system depicted in the block diagram below.



a) Find the system transfer function $H(z)$ in terms of parameters a and b. Suggestion: determine $H(z)$ from its relation with a state-space representation of the system.

b) Determine a and b so that the poles of $H(z)$ be located at $p_1 = re^{j\theta}$ and $p_2 = re^{-j\theta}$.

c) For $\theta = \frac{\pi}{6}$, sketch in a same graph the magnitude responses $|H(e^{j\omega})|$ for $r = 0{,}5$, $r = 0{,}8$ and $r = 0{,}98$.

d) Draw a block diagram that corresponds to the canonical implementation of the above system, with coefficients expressed in function of a and b.

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

Quarta Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 21 de maio de 2010)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

EXERCÍCIO 1

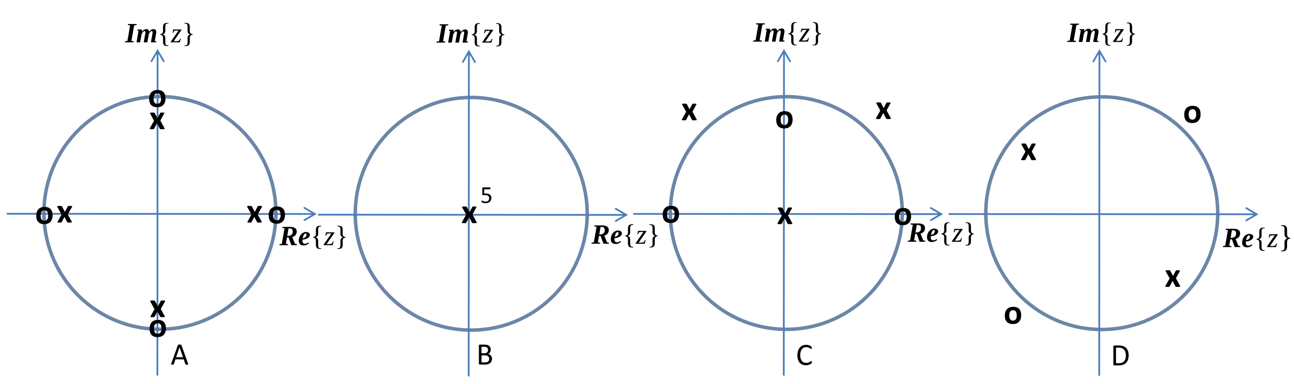
Seja o seguinte sistema LTI discreto:

$$y[n] = -x[n-1] + bx[n]$$

a) Encontre sua resposta impulsiva e sua a função de transferência;
b) Esboce $\left|\mathrm{H}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right)\right|$ e $\angle\mathrm{H}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right)$ para $b = 0{,}8\, e^{-j\frac{\pi}{3}}$;
c) O sistema tem fase linear?
d) Em termos qualitativos, qual o efeito do sistema sobre a magnitude do espectro da entrada $\mathrm{x}[\mathrm{n}] = \delta[\mathrm{n}-2]$?
e) O sistema é de fase-mínima? Em caso negativo, obtenha o sistema correspondente (com mesma resposta de magnitude), mas com fase-mínima. Confronte em um mesmo gráfico as respostas de fase dos dois sistemas.

EXERCÍCIO 2

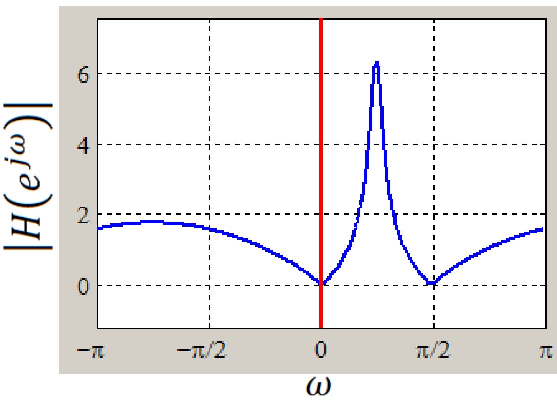
Considere os sistemas LTI causais representados pelos diagramas de pólos e zeros abaixo. A circunferência unitária é mostrada em azul.



a) Esboce o formato de $\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|$ para cada caso;
b) Para quais sistemas as respostas impulsivas correspondentes têm valores complexos?
c) Qual a ordem de cada sistema?
d) Classifique a resposta impulsiva de cada sistema quanto à sua duração (FIR ou IIR).

EXERCÍCIO 3

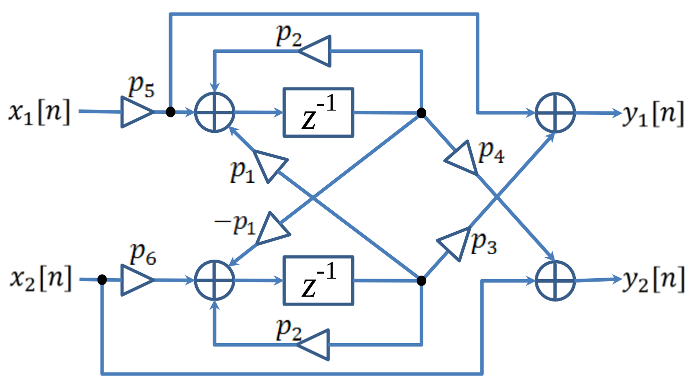
Considere um sistema LTI causal, cuja magnitude da resposta em freqüência $|H(e^{j\omega})|$ é mostrada abaixo, no intervalo entre $-\pi$ e π. Considere ainda que todos os pólos e zeros sejam distintos e de multiplicidade 1.



a) Esboce um diagrama de pólos e zeros que represente (aproximadamente) o sistema;
b) Pode-se afirmar que a $h[n]$ é uma seqüência de valores reais?
c) Qual é a ordem do sistema encontrado no item a?
d) Classifique quanto à duração (FIR ou IIR) a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema encontrado no item a.

EXERCÍCIO 4

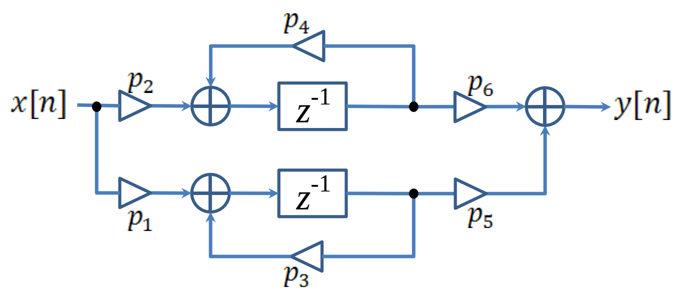
Considere o sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) representado pelo diagrama de blocos abaixo (os cruzamentos diagonais de linha **não** representam conexão física):



a) Determine as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente a sua escolha de estados.
b) Determine os pólos da função de transferência $H(z)$ do sistema;
c) Discuta a estabilidade assintótica do sistema em função dos valores dos parâmetros p_i, com $i = 1, 2, \dots, 6$;.

EXERCÍCIO 5

Considere o sistema SISO (*Single Input Single Output*) representado pelo diagrama de blocos abaixo:



a) Qual é a ordem do sistema?
b) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente sua escolha para os estados;
c) Determine a função de transferência do sistema $H(z)$ em função dos parâmetros p_i, com $i = 1, 2, \dots, 6$;
d) Suponha as seguintes configurações para o sistema:
   i. $p_1 = p_2 = 1, p_4 = -p_3$, com $0 < p_4 < 1$, $p_6 = 1 - p_5$, com $p_6 = \frac{1}{2}$;
   ii. $p_1 = p_2 = 1, p_4 = \frac{1}{p_3}$, com $0 < p_4 < 1$, $p_6 = 1 - p_5$, com $p_6 = 1$;

   Para os dois casos acima, discuta a estabilidade do sistema, tanto no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded Output*), quanto no sentido assintótico.

e) Desenhe um diagrama de blocos com a realização canônica do sistema.

EXERCÍCIO 6 (SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

Reconsidere o sistema do exercício 5.

a) Implemente o sistema na forma desacoplada através de equações de estado;
b) Implemente o sistema na forma canônica através de equações de estado;
c) Para cada uma das realizações (desacoplada e canônica) e considerando as duas configurações definidas no idem d: plote as seqüências correspondentes à evolução temporal dos estados e da saída do sistema, considerando a entrada nula e um estado inicial não-nulo.
d) Discuta os resultados obtidos no item anterior.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica

Ministério da Ciência e Tecnologia

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - CEP 25651-075

Pós-Graduação em Modelagem Computacional

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Quarta Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 29 de novembro de 2010 às 17h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

Exercício 1

Considere os diagramas de pólos e zeros da **Figura 1**, que correspondem a funções de transferência $H(z)$ de sistemas LTI causais. A circunferência unitária é mostrada em azul.

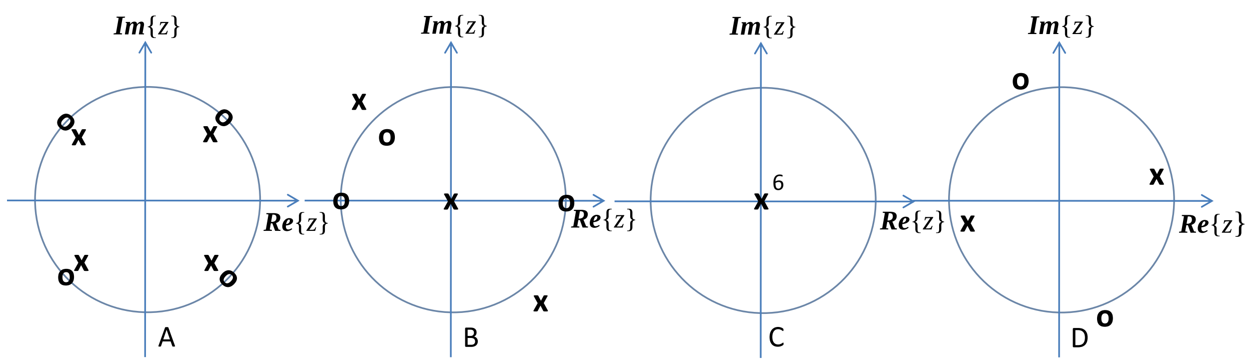


Figura 1. Diagrama de pólos e zeros das funções de transferências dos sistemas considerados no exercício 1.

a) Esboce o formato de $\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|$ para cada caso;
b) Para quais sistemas as respostas impulsivas correspondentes têm valores complexos?
c) Qual a ordem de cada sistema?
a) Classifique a resposta impulsiva de cada sistema quanto à sua duração (FIR ou IIR).

Exercício 2

Em uma dada aplicação de processamento digital de sinais, uma seqüência $x[n]$ é modificada pelo seguinte sistema:

$$y[n] = x[n] - ax[n-1], \qquad \text{com } a = 0{,}95e^{j\frac{\pi}{4}}.$$

a) Encontre a função de transferência $H(z)$ do sistema.
b) Esboce $\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|$ e $\angle H\left(e^{j\omega}\right)$ (fase da resposta em freqüência).
c) O sistema tem fase linear? O sistema é de fase-mínima?
d) Em termos qualitativos, qual o efeito do sistema sobre a magnitude do espectro do sinal de saída $y[n]$, se $x[n] = \delta[n]$?

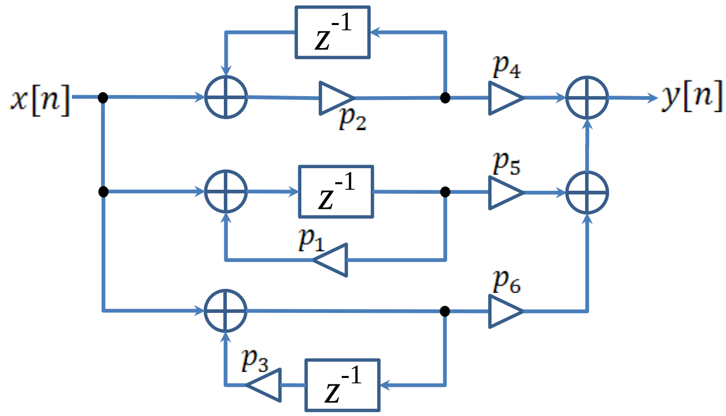
Suponha que ao implementar o sistema um programador se engane e faça

$$y_2[n] = ax[n] - x[n-1]$$

e) Esboce $\left|H_2\left(e^{j\omega}\right)\right|$ e $\angle H_2\left(e^{j\omega}\right)$.
f) O sistema é de fase-mínima?
g) Quais os efeitos do erro cometido pelo programador sobre a magnitude do espectro de $y_2[n]$, se o sinal de entrada é $\delta[n]$?

EXERCÍCIO 3

Considere o sistema SISO (*Single Input Single Output*) representado pelo diagrama de blocos mostrado na **Figura 2**.



a) Qual é a ordem do sistema?
b) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente sua escolha para o vetor de estados.
c) Determine a função de transferência do sistema $H(z)$ em função dos parâmetros reais p_i, com $i = 1, 2, \dots, 6$.
d) Suponha as seguintes configurações para o sistema:
   i. $p_1 = -p_3$, com $0 < p_1 < 1$, $p_2 = p_4 = 1$, com $p_6 = p_5 = \frac{1}{2}$;
   ii. $p_1 = 1/p_3$, com $0 < p_1 < 1, -p_2 = p_4 = 1$, com $p_6 = p_5 = 1$;
   iii. $0 < p_1 < 1, p_4 = p_3 = -p_2 = 1$, com $p_6 = 1$ e $p_5 = \frac{1}{3}$;

   Para os três casos acima, discuta a estabilidade do sistema, tanto no sentido BIBO (*Bounded-Input Bounded Output*), quanto no sentido assintótico.
e) Desenhe um diagrama de blocos com a realização canônica do sistema.

EXERCÍCIO 4

Considere o sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) representado pelo diagrama de blocos mostrado na **Figura 3** (os cruzamentos diagonais de linha **não** representam conexão física).

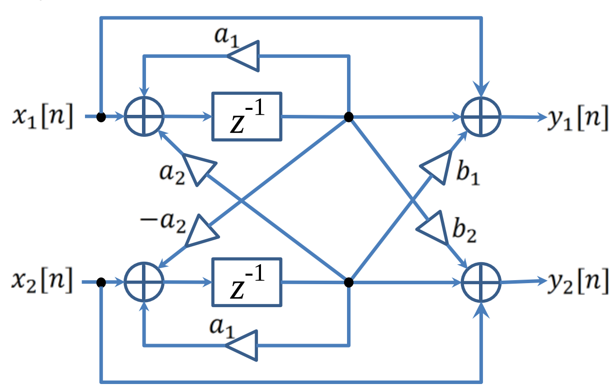


Figura 3. Diagrama de blocos do sistema MIMO do exercício 4.

a) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente a sua escolha de estados.
b) Determine os pólos do sistema.
c) Discuta a estabilidade assintótica do sistema em função dos valores dos parâmetros a_i e b_i, com $i = 1, 2$.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

GOVERNO FEDERAL BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - Cep 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Quarta Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 29 de novembro de 2011, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos. Todos os sinais e sistemas sob consideração são a tempo discreto ($n \in \mathbb{Z}$).

EXERCÍCIO 1

Em uma dada aplicação de processamento digital de sinais, uma seqüência $x[n]$ é modificada pelo seguinte sistema LTI:

$$y[n] = x[n] - ax[n-1], \qquad \text{com } a = 1{,}1\sqrt{-1}$$

a) Encontre a resposta impulsiva $h[n]$ e a função de transferência $H(z)$ do sistema, caso exista.
b) Esboce, caso existam, $|H(e^{j\omega})|$ e $\angle H(e^{j\omega})$, i.e., o módulo e a fase da resposta em freqüência do sistema, no intervalo $-\pi < \omega \leq \pi$.
c) O sistema tem fase linear?
d) Em termos qualitativos, qual o efeito do sistema sobre a magnitude do espectro do sinal de saída $y[n]$, quando a entrada aplicada ao sistema é $x[n] = \delta[n]$?
e) Encontre um sistema causal de fase-mínima cuja magnitude da resposta em frequência seja idêntica à do sistema original dado.
f) Plote em um mesmo gráfico as respostas de magnitude e de fase dos sistemas original e de fase-mínima.

EXERCÍCIO 2

Considere os 4 diagramas de pólos e zeros da **Figura 1**, que correspondem a funções de transferência $H(z)$ de sistemas LTI causais. A circunferência unitária é mostrada em azul.

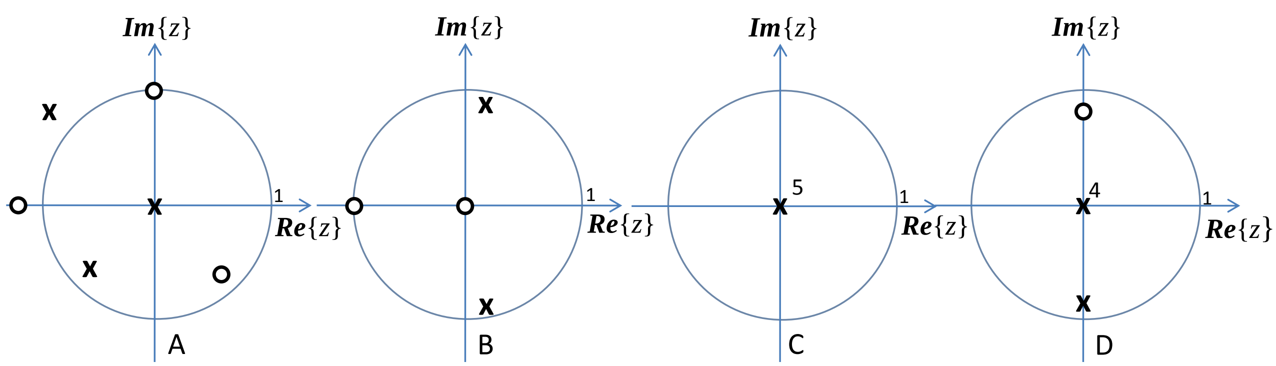


Figura 1. Diagramas de pólos e zeros dos sistemas considerados no Exercício 2.

a) Esboce o formato de $|H(e^{j\omega})|$ para cada caso.
b) Para quais sistemas as respostas impulsivas correspondentes têm valores complexos?
c) Qual a ordem de cada sistema?
d) Classifique a resposta impulsiva de cada sistema quanto à sua duração (FIR ou IIR).

EXERCÍCIO 3

Considere um sistema LTI cuja magnitude da resposta em frequência $|H(e^{j\omega})|$ é mostrada na **Figura 2**, no intervalo entre $-\pi < \omega \leq \pi$. Assuma ainda que todos os pólos e zeros de $H(z)$ são distintos e que não há cancelamentos entre pólos e zeros.

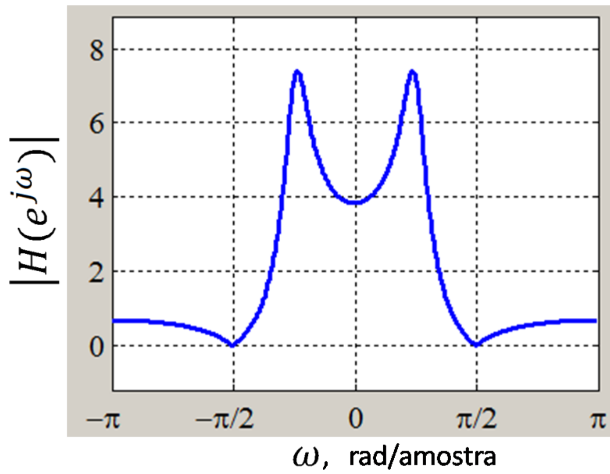


Figura 2. Magnitude da resposta em frequência do sistema considerado no Exercício 3.

a) A resposta impulsiva $h[n]$ do sistema é uma sequência de valores reais ou complexos?
b) Esboce um diagrama de pólos e zeros de $H(z)$ que possa produzir a resposta da **Figura 2**.
c) Qual é a ordem do sistema encontrado no item (b)?
d) Classifique quanto à duração a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema encontrado no item (b).

EXERCÍCIO 4

Considere o sistema LTI causal SISO (*Single-Input Single-Output*) representado pelo diagrama de blocos da **Figura 3**, no qual p_1, p_2 e p_3 são coeficientes de valores reais não-nulos.

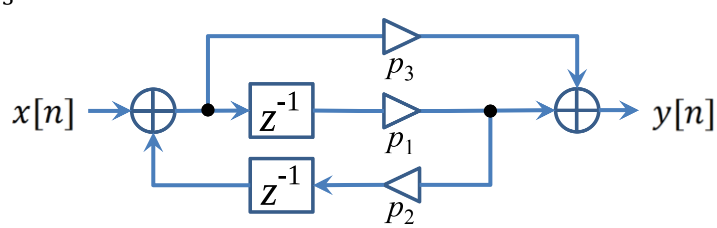


Figura 3. Diagrama de blocos do sistema considerado no Exercício 4.

a) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Identifique claramente sua escolha para os estados;
b) Determine os pólos e os zeros da função de transferência $H(z)$ do sistema;
c) Discuta a estabilidade assintótica do sistema em função dos valores dos parâmetros p_1, p_2 e p_3.
d) Que restrições devem ser impostas a p_1, p_2 e p_3 para garantir que o sistema seja de fase mínima?

EXERCÍCIO 5

Considere o sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) representado pelo diagrama de blocos mostrado na **Figura 4** (os cruzamentos diagonais de linha **não** representam conexão física).

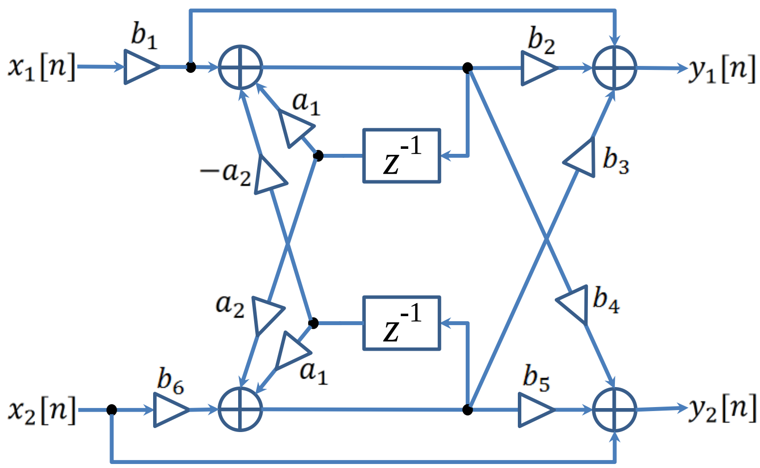


Figura 4. Diagrama de blocos do sistema MIMO do Exercício 5.

a) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente a sua escolha de estados.
b) Determine os pólos do sistema.
c) Discuta a estabilidade assintótica do sistema em função dos parâmetros a_i e b_i.

LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de
Computação Científica

Ministério da Ciência,
Tecnologia e Inovação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - Cep 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Quarta Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 29 de novembro de 2012, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos. Todos os sinais e sistemas sob consideração são a tempo discreto ($n \in \mathbb{Z}$).

EXERCÍCIO 1

Considere os 4 diagramas de pólos e zeros da **Figura 1**, que correspondem a funções de transferência $H(z)$ de sistemas LTI causais. A circunferência unitária (centrada na origem) é mostrada em azul.

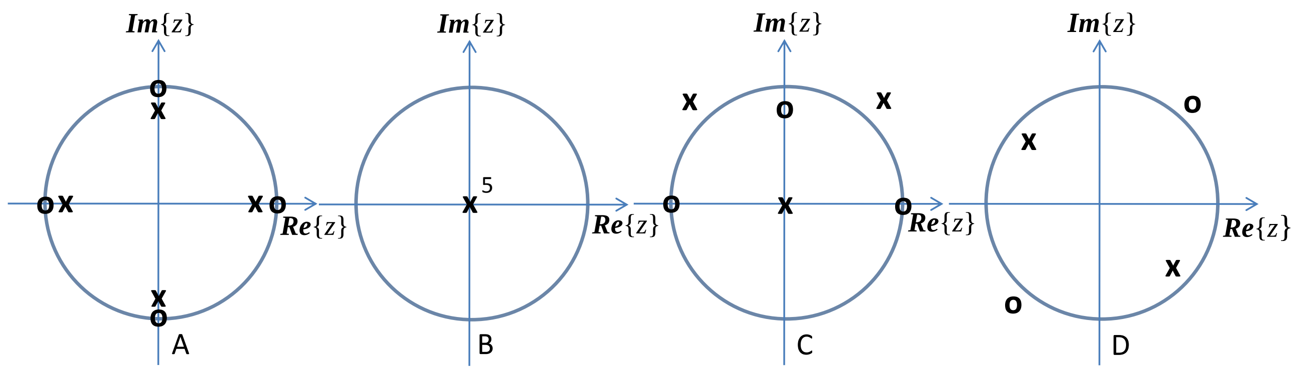


Figura 1. Diagramas de pólos e zeros dos sistemas considerados no Exercício 1.

a) Esboce o formato de $|H(e^{j\omega})|$ para cada caso.
b) Para quais sistemas as respostas impulsivas correspondentes têm valores complexos?
c) Qual a ordem de cada sistema?
d) Classifique a resposta impulsiva de cada sistema quanto à duração (FIR ou IIR).

EXERCÍCIO 2

Considere o sistema LTI causal:

$$y[n] = x[n] - ax[n-2], \qquad \text{com } a = 1{,}44$$

a) Encontre a resposta impulsiva $h[n]$ e a função de transferência $H(z)$ do sistema, caso exista.
b) Esboce $|H(e^{j\omega})|$, i.e., o módulo da resposta em frequência do sistema, no intervalo $-\pi < \omega \leq \pi$ rad/amostra.
c) Encontre um sistema LTI causal de fase-mínima cuja magnitude da resposta em frequência seja idêntica a do sistema original dado. Verifique graficamente a validade da solução encontrada mostrando em um mesmo gráfico as respostas de magnitude e de fase dos sistemas: original e de fase-mínima.

EXERCÍCIO 3

Considere um sistema LTI causal e de fase não-mínina cuja magnitude da resposta em frequência é mostrada na **Figura 2**, no intervalo entre $-\pi < \omega \leq \pi$ rad/amostra. Assuma ainda que todos os pólos e zeros de $H(z)$ são distintos e que não há cancelamentos entre pólos e zeros.

a) A resposta impulsiva $h[n]$ do sistema é uma sequência de valores reais ou complexos?
b) Esboce um diagrama de pólos e zeros para $H(z)$ que possa produzir a resposta da **Figura 2**.
c) Qual é a ordem do sistema encontrado no item (b)?
d) Classifique quanto à duração a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema encontrado no item (b).

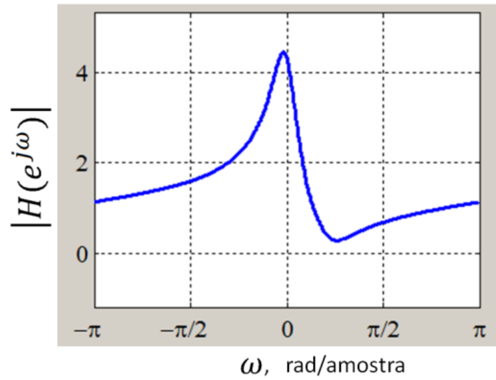


Figura 2. Magnitude da resposta em frequência do sistema considerado no Exercício 3.

Exercício 4

Considere o sistema LTI causal SISO representado pelo diagrama de blocos mostrado na **Figura 3**.

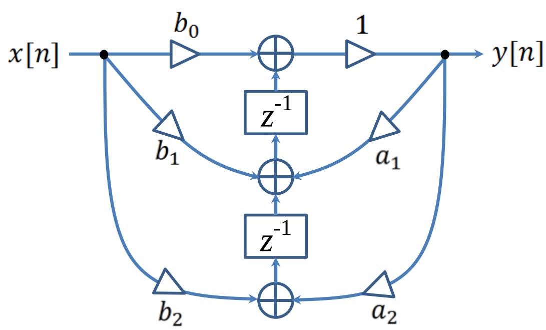


Figura 3. Diagrama de blocos do sistema considerado no Exercício 4.

a) Qual é a ordem do sistema?
b) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema. Sugestão: defina cada estado no instante n como a saída de cada atrasador unitário. Indique claramente sua escolha para o vetor de estados.
c) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema em função dos parâmetros a_1, a_2 e b_i, com $i = 0, 1, 2$.

Especificamente para $a_1 = 2{,}5$, $a_2 = -1$, $b_0 = 1$, $b_1 = -2{,}25$ e $b_2 = 0{,}5$:

d) O sistema é assintoticamente estável? É BIBO-estável?

Exercício 5

Considere o sistema MIMO representado pelo diagrama de blocos mostrado na **Figura 4,** onde os parâmetros a_1 e a_2 são reais e os cruzamentos diagonais de linha **não** representam conexão física.

a) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação por estados do sistema.
b) Determine os pólos do sistema.
c) Qual condição deve ser imposta aos parâmetros a_1 e a_2 para garantir a estabilidade assintótica do sistema?

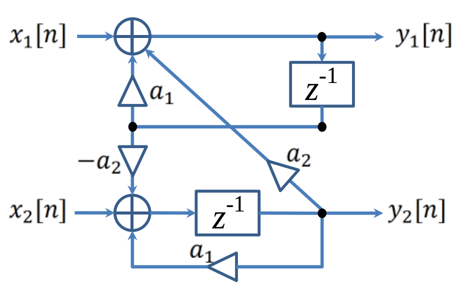


Figura 4. Diagrama de blocos do sistema MIMO do Exercício 5.