



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

### GA-038 Processamento Digital de Sinais

Primeira Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 7 de julho)

#### Exercício 1

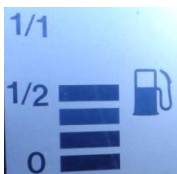
Classifique os sinais abaixo quanto à dimensão.

- a)  $s(t) = a + bt + ct^2$ , com  $t, s(t), a, b, c \in \mathbb{R}$
- b)  $s(t, q) = qx(t) + (1 - q)y(t)$ , com  $t, x(t)$  e  $y(t) \in \mathbb{R}$  e  $q \in \{0,1\}$
- c)  $s[n] = e[n] + jd[n]$ , com  $n, e[n]$  e  $d[n] \in \mathbb{Z}$  e  $j = \sqrt{-1}$
- d)  $I[x, y, c] = cL(x, y) + (1 - c)R(x, y)$ , com  $x, y, R(\cdot), L(\cdot) \in \mathbb{R}$  e  $c \in \{0,1\}$

#### Exercício 2

Para os exemplos abaixo descritos, classifique os sinais quanto à natureza do domínio (contínuo vs discreto) e a da imagem (analogico vs digital). Justifique suas respostas.

- a) O sinal de entrada aplicado a um conversor analógico/digital. O sinal de saída correspondente.
- b) O sinal elétrico aplicado a uma lâmpada incandescente, ao longo do tempo.
- c) O sistema de instrumentação de um automóvel amostra, a cada 1 minuto, o nível médio de combustível no tanque e o indica no painel, tal como mostrado abaixo (a “meio-tanque”). Classifique: o sinal que representa a evolução temporal da saída do sistema (indicador) durante uma viagem longa.



- d) O acionamento da ventoinha no sistema de arrefecimento de um automóvel é controlado por um termostato (chave liga/desliga). A ventoinha é ligada toda vez que a temperatura do motor, medida pelo termostato, ultrapassa 85 graus Celcius. Classifique: o sinal medido pelo termostato ao longo do tempo para um motor em operação; o sinal que representa a saída (estado) do termostato ao longo do tempo.
- e) Em um programa de avaliação pós-natal, a massa e a altura de um recém-nascido são registradas a cada sexta-feira, durante seu primeiro ano de vida. Classifique: sinal que representa a evolução temporal do par de medidas realizadas.

#### Exercício 3

Deseja-se digitalizar o sinal de um sensor analógico cuja saída de tensão varia entre 0 e 10 mV (mili-volts). Para isso, um técnico liga a saída do sensor diretamente a um A/D *midtread* de 8 bits, cuja faixa de entrada é de 0 a 5 V. Suponha que, em três instantes de tempo distintos, a saída do sensor analógico valha, respectivamente, 1,1 mV, 3,3 mV e 7,7 mV. Qual a saída do A/D para cada um dos instantes? Justifique sua resposta e, se necessário, proponha uma solução para o problema.



#### Exercício 4 (Matlab)

Gere o sinal discreto\*  $x[n] = \cos\left[\frac{2\pi n}{300}\right]$ , com  $n$  inteiro entre 0 e 1000. Obtenha as representações quantizadas de  $x[n]$  com 4 e 8 bits, respectivamente,  $x_4[n]$  e  $x_8[n]$ . Use um quantizador *midtread* (operador *round*) com faixa de entrada entre -1 e 1. Mostre a representação gráfica dos três sinais, considerando que as amostras de  $x_4[n]$  e  $x_8[n]$  são a representação decimal da saída do A/D. Mostre a representação gráfica do erro de quantização, i.e.  $e_q[n] = x[n] - x_q[n]$ , com  $x_q[n]$  escalado de modo a ter excursão compatível com a de  $x[n]$ .  
\*Assuma que a representação em ponto flutuante (*double-precision*) é suficiente para considerar que  $x[n] \in \mathbb{R}$ . Analise e critique os resultados.

#### Exercício 5

Encontre uma representação funcional (expressão matemática) para a seguinte seqüência:  
 $\{\dots 0, 0, 0, -1, 0, 2, 0, -1, 0, 2, 0, \dots\}$

#### Exercício 6

Verifique se os sinais abaixo listados são periódicos e, em caso afirmativo, calcule o período fundamental.

- $x[n] = \sin[n/2]$
- $x[n] = \cos[\pi n/10] u[n - 3]$
- $x[n] = \sum_{k=1}^3 \cos[\pi n k/6]$
- $x[n] = \frac{1}{2}(\cos[2\pi n/50] + |\cos[2\pi n/50]|)$
- $x[n] = \left| \sin\left[\frac{\pi n}{25} + \frac{\pi}{12}\right] \right|$

#### Exercício 7

Para cada um dos sinais abaixo, verifique se são de potência e/ou energia e calcule sua energia e a potência média.

- $x[n] = (-1)^{n/2}(u[n + 5] - u[n - 5])$
- $x[n] = \tan[\pi n/20]$
- $x[n] = \alpha^n u[n]$ , com  $\alpha = 0,4$
- $x[n] = (-\alpha)^n u[-n]$ , com  $\alpha = 0,4$
- $x[n] = \cos[2\pi n + \pi/2]$

#### Exercício 8

Sabendo que  $x_{\text{par}}[n] = (x[n] + x[-n])/2$ , encontre uma expressão nesse formato para a seqüência  $\cos[\omega_0 n]$ . Sabendo que  $x_{\text{ímpar}}[n] = (x[n] - x[-n])/2$ , encontre uma expressão nesse formato para a seqüência  $\sin[\omega_0 n]$ .

#### Exercício 9 (Matlab) (Opcional)

Para o [exemplo de quantização](#) de imagem apresentado na aula 2, modifique o experimento da seguinte forma: antes de quantizar o sinal, adicione à imagem ruído com distribuição uniforme entre  $(0, b)$ ; obtenha as imagens quantizadas para  $b = \{0; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3\}$ . Analise visualmente e justifique os resultados observados.



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

### Primeira Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 13 de outubro)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas.

#### Exercício 1

Classifique os sinais abaixo quanto à dimensão.

- a)  $s(x) = a, \forall x \in \mathbb{R}$
- b)  $s(x, t) = ax + bt + ct^2$ , com  $t, x, s(\cdot), a, b, c \in \mathbb{R}$
- c)  $I[h, v, z] = \begin{cases} R(h, v), & \text{se } z = 1 \\ G(h, v), & \text{se } z = 2, \\ B(h, v), & \text{se } z = 3 \end{cases}$  com  $h, v, R(\cdot), G(\cdot)$  e  $G(\cdot) \in \mathbb{R}$
- d)  $x[n] = e[n] + jd[n]$ , com  $n \in \mathbb{Z}, e[\cdot] \text{ e } d[\cdot] \in \mathbb{R}$  e  $j = \sqrt{-1}$

#### Exercício 2

Para os exemplos abaixo descritos, classifique os sinais quanto à natureza do domínio (contínuo vs discreto) e a da imagem (contínua ou analógica vs discreta ou digital). Justifique suas respostas.

- a) O sinal elétrico aplicado aos terminais de uma lâmpada de uma lanterna doméstica, quando acesa.
- b) O sinal indicador do percentual de realização de certa tarefa durante dado intervalo de tempo, tal como mostrado na Figura 1.

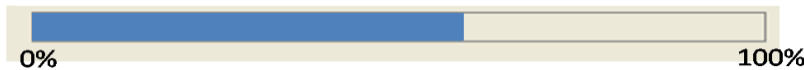


Figura 1. Representação gráfica do percentual realizado de certa tarefa.

- c) O sinal indicador do percentual de realização de certa tarefa durante dado intervalo de tempo, tal como mostrado na Figura 2.



Figura 2. Representação gráfica do percentual realizado de certa tarefa.

- d) Em uma planta industrial, o nível médio de álcool em um reservatório é monitorado continuamente por um sensor analógico de nível ao longo do tempo. Com base nessa informação, um controlador automático fornece comandos para acionar uma bomba hidráulica que alimenta o reservatório com álcool. Quando o nível medido cai abaixo de dado limiar pré-estabelecido, a bomba é ligada e assim permanece até que o nível ultrapasse uma altura máxima pré-estabelecida, quando então a bomba é desligada. Para a situação descrita, classifique os seguintes sinais quanto à natureza do domínio e imagem:
  - i. O sinal fornecido pelo sensor de nível ao longo do tempo.
  - ii. O sinal emitido pelo controlador ao longo do tempo.
- e) Toda manhã, um paciente diabético monitora o nível de glicose em seu sangue através de um medidor portátil. Pelas especificações técnicas do medidor, tais quais fornecidas pelo fabricante, constata-se que: a faixa de medição é de 10 a 600 mg/dL (miligramas por decilitro); o resultado de cada medição é apresentado



em um mostrador digital com 3 (três) dígitos e armazenado, com igual precisão, em uma memória interna com capacidade para registrar 500 medidas. Classifique quanto à natureza do domínio e imagem o sinal que representa o conjunto de medidas feitas pelo paciente durante um período de 30 dias.

### Exercício 3

Em dado processo industrial, a temperatura de um gás presente no interior de uma tubulação é medida por meio de um termopar, i.e., um transdutor que converte temperatura em tensão elétrica. Suponha que, para o processo em questão, a saída analógica do termopar só possa variar de -5 mV a 5 mV (milivolts). No mais, deseja-se discretizar o sinal de saída de tal sensor, ou seja, a imagem do sinal, através de um conversor analógico-digital (A/D). Aqui, é irrelevante a discretização do domínio do sinal, também realizada pelo A/D. Para tal propósito dispõe-se de:

- Um A/D *midtread* de  $B$  bits, com faixa de entrada entre -5 V e 5 V;
- Um amplificador linear de tensão com ganho ajustável  $10 \leq G \leq 1200$ .

Considerando como ideais os dispositivos acima, especifique valores para  $B$  e  $G$  de modo que se possa efetivamente discretizar a faixa de tensão de saída do termopar, com no mínimo 100 valores uniformemente distribuídos dentro do intervalo. Justifique suas escolhas de projeto.

### Exercício 4

Encontre uma representação funcional (expressão matemática) para a seguinte seqüência:

$$\left\{ \dots, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, \dots \right\}$$

### Exercício 5

Verifique se os sinais abaixo listados são periódicos e, em caso afirmativo, calcule o período fundamental.

- $x[n] = \sin\left[\frac{\pi n}{5}\right] u[n + 2]$
- $x[n] = \cos\left[\frac{\pi n}{13}\right] + \pi \sin\left[\frac{n}{6}\right]$
- $x[n] = u[n] + u[-n - 1]$
- $x[n] = \frac{1}{2} \left( \cos\left[\frac{2\pi n}{10}\right] + \left| \cos\left[\frac{2\pi n}{10}\right] \right| \right)$
- $x[n] = \sum_{k=1}^3 \cos\left[\frac{\pi k^2 n}{6}\right]$

### Exercício 6

Para cada um dos sinais abaixo, verifique se são de potência e/ou energia e calcule sua energia e a potência média.

- $x[n] = (u[n + 3] - u[n - 3])u[n + 3]$
- $x[n] = \alpha^n u[n]$ , com  $\alpha = \frac{1}{2}$
- $x[n] = \text{ctg}[2\pi n/40]$
- $x[n] = (-\alpha)^n u[-n]$ , com  $\alpha = 2$
- $x[n] = \sin[\pi n]$



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

### First List of Exercises

**(Deadline: 13th of October 2009)**

Indicate the rationale behind your proposed solutions. Moreover, always justify your answers.

#### Question 1

Classify the signals below according to their dimension.

- a)  $s(x) = a, \forall x \in \mathbb{R}$
- b)  $s(x, t) = ax + bt + ct^2$ , with  $t, x, s(\cdot), a, b, c \in \mathbb{R}$
- c)  $I[h, v, z] = \begin{cases} R(h, v), & \text{if } z = 1 \\ G(h, v), & \text{if } z = 2, \\ B(h, v), & \text{if } z = 3 \end{cases}$  with  $h, v, R(\cdot), G(\cdot)$  and  $G(\cdot) \in \mathbb{R}$
- d)  $x[n] = e[n] + jd[n]$ , with  $n \in \mathbb{Z}, e[\cdot]$  and  $d[\cdot] \in \mathbb{R}$  and  $j = \sqrt{-1}$

#### Question 2

For the examples given below, classify the signals according to the nature of their domain (continuous vs. discrete) and image (continuous or analog vs. discrete or digital).

- a) The electrical signal applied to the lamp terminals of a domestic flashlight, when turned on.
- b) The signal that represents the accomplished percentage of a given task, as displayed in Figure 1.

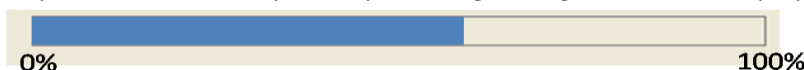


Figure 1. Graphical representation of the accomplished percentage of a given task.

- c) The signal that represents the accomplished percentage of a given task, as displayed in Figure 2.



Figure 2. Graphical representation of the accomplished percentage of a given task.

- d) In a industrial plant, the average level of alcohol in a given tank is continuously monitored over time by an analog level meter. Based on this information, an automatic controller sends commands to activate a hydraulic pump that feeds the tank with alcohol. When the measured level falls below a predetermined threshold, the pump is turned on and remains so until the level surpasses a maximum preset height, when the pump is then shut off. For the described situation, classify the following signals according to the nature of their domain and image:
  - i. The signal output by the level meter along time.
  - ii. The signal delivered by the controller along time.
- e) Every morning a diabetic patient monitors the level of his blood glucose using a portable meter. From the technical specifications of that device, as informed by its manufacturer, one reads that: the measurement range is from 10 to 600 mg/dL (milligrams per deciliter); the result of each test is presented on a digital display with three digits and stored, with same precision, in an internal memory, which is capable of



registering 500 measures. Classify according to the nature of domain and image the signal that represents a set of measures made by the patient within a period of 30 consecutive days.

### Question 3

In a given industrial process the temperature of a gas flowing in a pipe is measured by means of a thermocouple i.e., a transducer that can convert temperature changes to voltage variations. Suppose that, for the given process, the thermocouple output can only vary continuously from -5 mV to 5 mV (millivolt) over time. Moreover, one wishes to discretize such electrical output via an analog-to-digital (A/D) converter. Here, time discretization, also performed by the A/D, is irrelevant to the problem at hand. To accomplish the task you have:

- A mid-tread A/D with  $B$  bits and input range from -5 V to 5 V;
- A linear voltage amplifier with adjustable gain  $10 \leq G \leq 1200$ .

Considering the above devices as ideal, specify appropriate values for  $B$  and  $G$  so as to effectively discretize the output range of the thermocouple in at least 100 levels, uniformly distributed within the given voltage interval.

### Question 4

Find a functional representation (mathematical expression) for the following sequence:

$$\left\{ \dots 0, 0, 0, 0, 0, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, \dots \right\}$$

### Question 5

State whether the signals below are periodic and, if so, compute their fundamental period.

- $x[n] = \sin\left[\frac{\pi n}{5}\right] u[n + 2]$
- $x[n] = \cos\left[\frac{\pi n}{13}\right] + \pi \sin\left[\frac{n}{6}\right]$
- $x[n] = u[n] + u[-n - 1]$
- $x[n] = \frac{1}{2} \left( \cos\left[\frac{2\pi n}{10}\right] + \left| \cos\left[\frac{2\pi n}{10}\right] \right| \right)$
- $x[n] = \sum_{k=1}^3 \cos\left[\frac{\pi k^2 n}{6}\right]$

### Question 6

State whether the signals below are energy-signals or power-signals. In each case, compute their energy and average power.

- $x[n] = (u[n + 3] - u[n - 3])u[n + 3]$
- $x[n] = \alpha^n u[n]$ , with  $\alpha = \frac{1}{2}$
- $x[n] = \text{ctg}[2\pi n/40]$
- $x[n] = (-\alpha)^n u[-n]$ , with  $\alpha = 2$
- $x[n] = \sin[\pi n]$



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais

### Primeira Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 08 de abril)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

#### EXERCÍCIO 1

Classifique os sinais abaixo quanto à dimensão.

- a)  $x(t) = \frac{t}{a}, \forall t \in \mathbb{R}$
- b)  $v(h, c, l) = hlc$ , com  $h, c, l \in \mathbb{R}^+$
- c)  $s[n] = l[n] + jr[n]$ , com  $n, l[\cdot] \in \mathbb{Z}$  e  $j = \sqrt{-1}$
- d)  $I[h, v, z] = \begin{cases} Y(h, v), & \text{se } z = 1 \\ U(h, v), & \text{se } z = 2, \\ V(h, v), & \text{se } z = 3 \end{cases}$  com  $h, v, Y(\cdot), U(\cdot)$  e  $V(\cdot) \in \mathbb{Z}$

#### EXERCÍCIO 2

Considere as situações e sinais abaixo descritos. Para cada caso, classifique os sinais indicados quanto à natureza do domínio (contínuo vs discreto) e a da imagem (contínua/analógica vs discreta/digital).

- a) Como parte de uma pesquisa médica, o nível de triglicerídeos (em miligramas por decilitro) no sangue de um conjunto de pacientes é medido a cada dois meses. Níveis de triglicerídeos abaixo de 150 mg/dl são considerados normais. Já níveis acima de 200 mg/dl podem elevar o risco de doenças coronarianas. Classifique o sinal que representa o conjunto de medidas do nível de triglicerídeos de um dado paciente, durante o período de 2 anos.
- b) Um termômetro do tipo bulbo-capilar é imerso em um recipiente contendo uma mistura de água e gelo (ver Figura 1), cuja temperatura inicial é de 0 grau Celsius. O recipiente é deixado em um ambiente cuja temperatura é mantida a 30 graus Celsius até que a temperatura de seu conteúdo se iguale à do ambiente. Classifique o sinal que representa a evolução temporal da altura da coluna de líquido (vermelho), relativa ao estado inicial.



Figura 1. Estado inicial da temperatura do recipiente com água e gelo.



- c) Considere novamente o experimento reportado no item (b). Durante o processo, um técnico de laboratório registra em uma tabela a indicação de temperatura mostrada pelo termômetro, a cada dois minutos. Classifique o sinal que representa o registro das medidas de temperatura realizadas pelo técnico.
- d) Sistemas de iluminação pública fazem uso de relés (chaves liga-desliga) foto-elétricos para o acionamento automático de lâmpadas. Quando a luminosidade ambiente medida pelo foto-sensor do relé cai e permanece abaixo de certo limiar pré-calibrado, o relé entra em estado 'ligado', fazendo acender uma ou mais lâmpadas a ele eletricamente interligadas. Por outro lado, quando a medição de luminosidade supera e permanece acima de outro limiar pré-calibrado, o relé entra em estado 'desligado', apagando as lâmpadas a ele interligadas. Classifique:
  - i. O sinal recebido pelo foto-sensor do relé (instalado em um poste) ao longo de um período ininterrupto de dois dias.
  - ii. O sinal que representa a saída (ou estado) do relé ao longo do mesmo período anterior.

### EXERCÍCIO 3

Um fabricante de medidores digitais submete ao INMETRO para verificação de conformidade uma balança de precisão para a qual afirma as seguintes especificações: faixa de medição entre 0 a 10 gramas, com precisão de 1 centigrama. O mostrador digital da balança em questão contém 3 dígitos, com ponto (vírgula) decimal variável, podendo indicar massas entre 0,00 a 10,0 gramas. Durante a análise do equipamento, um técnico do INMETRO constata que o sensor primário é um dispositivo piezelétrico linear, calibrado de modo a gerar 0 mV (milivolt) quando não há massa alguma colocada na balança e 3 mV quando uma massa-padrão de 10 gramas é utilizada. O sinal do sensor piezelétrico passa por um circuito eletrônico (ideal) que o amplifica linearmente por um fator de 10 vezes, antes de ser aplicado à entrada de um A/D de 8 bits, cuja faixa de tensão de entrada é de 0 a 5 Volts.

- a) Determine se a balança em questão atende às especificações fornecidas pelo fabricante.
- b) Determine a saída do A/D quando uma massa-padrão de dois gramas é colocada na balança.
- c) Caso constate uma situação de inconformidade no item (a), proponha modificações no projeto da balança de modo que as especificações técnicas sejam satisfeitas.

### EXERCÍCIO 4 (SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

O sinal correspondente à emissão acústica de uma nota musical executada em um piano é digitalizado, i.e., amostrado a 44100 amostras por segundo e quantizado com 16 bits. Por conveniência prática, amplitude da forma de onda de tal sinal é normalizada de modo a variar entre -1 e 1 (em unidade arbitrária de amplitude). O sinal em questão, armazenado em formato WAVE, pode obtido ser clicando-se [aqui](#). Nas simulações, considere que todos os sinais são representados em ponto-fixado.

- a) Re-quantize o sinal original, simulando o efeito de um A/D *mid-tread* de 6 bits;
- b) Re-quantize o sinal original, simulando o efeito de um A/D *mid-rise* de 6 bits;
- c) Compare visual e auditivamente os três sinais (original mais as duas versões re-quantizadas) e discuta os resultados observados à luz dos efeitos de quantização e dos tipos de quantização utilizados.





### EXERCÍCIO 5

Verifique se os sinais abaixo listados são periódicos e, em caso afirmativo, calcule o período fundamental.

- a)  $x[n] = \pi \cos\left[\frac{\pi n}{6}\right] + 3 \sin\left[\frac{n}{23}\right]$
- b)  $x[n] = \sin\left[\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{35}\right] u[n + 2]$
- c)  $x[n] = \left| \cos\left[\frac{2\pi n}{17} + 3\right] \right|$
- d)  $x[n] = \sum_{k=0}^2 \cos\left[\frac{\pi n k^3}{30}\right]$

### EXERCÍCIO 6

Para cada um dos sinais abaixo, verifique se são de potência e/ou energia e calcule sua energia e a potência média.

- a)  $x[n] = \cos\left[\pi n + \frac{\pi}{3}\right]$
- b)  $x[n] = u[n + 3]u[-n - 1]$
- c)  $x[n] = \gamma^{-n}u[n]$ , com  $\gamma = 5$
- d)  $x[n] = \tan\left[\frac{\pi n}{3}\right]$
- e)  $x[n] = \tan\left[\frac{\pi n}{20}\right]$

### EXERCÍCIO 7

Discuta as afirmativas abaixo, i.e., justifique se são verdadeiras ou falsas.

- a) A soma de duas seqüências pares é sempre uma seqüência par.
- b) O somatório das amostras de uma seqüência ímpar é sempre nulo.
- c) A soma de duas seqüências distintas, ambas do tipo lateral-direita, é sempre uma seqüência lateral-direita.
- d) A soma de dois sinais discretos periódicos nem sempre é um sinal periódico.

### EXERCÍCIO 8 (SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

Uma imagem de teste ([clique aqui](#) para obtê-la) tem luminância representada em 256 níveis de cinza. Por conveniência, os valores de seus pixels estão normalizados na faixa entre 0 e 1. Re-quantize a imagem de modo que cada pixel seja representado por  $B$  bits. Experimente para  $B = \{2, 3, 4\}$ . Para contornar o efeito de aparecimento de regiões homogêneas na imagem, proceda da seguinte forma: antes da re-quantização adicione à imagem um ruído com distribuição uniforme no intervalo  $(0, R)$  (ver função rand.m no matlab). Determine experimentalmente os valores de  $R$  que oferecem resultados visuais adequados para cada um dos valores de  $B$  acima considerados. É possível estabelecer alguma relação entre  $R$  e  $B$ ?



**PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL**  
GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Primeira Lista de Exercícios**

**(Prazo de entrega: dia 11 de outubro de 2010)**

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolvem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

**EXERCÍCIO 1**

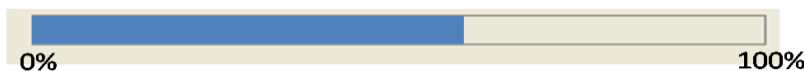
Classifique os sinais abaixo quanto à dimensão.

- a)  $p(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $x \in \mathbb{R}$
- b)  $y(x, t) = y_r(x + ct) + y_l(x - ct)$ , com  $y_r(\cdot), y_l(\cdot), x \text{ e } t \in \mathbb{R}$  e  $c \in \mathbb{Z}$
- c)  $s[n] = c_l[n] + jc_r[n]$ , com  $n, c_l[\cdot]$  e  $c_r[\cdot] \in \mathbb{Z}$  e  $j = \sqrt{-1}$
- d)  $s[n, c] = \begin{cases} c_l[n], & \text{se } c = 1 \\ c_r[n], & \text{se } c = 2 \end{cases}$ , com  $n \in \mathbb{Z}$  e  $c_l[\cdot]$  e  $c_r[\cdot] \in \mathbb{C}$
- e)  $I[h, v, z] = zY(h, v) + (1 - z)U(h, v)$ , com  $h, v, Y(\cdot)$  e  $U(\cdot) \in \mathbb{R}$  e  $z \in \{0, 1\}$

**EXERCÍCIO 2**

Considere as situações e sinais abaixo descritos. Para cada caso, classifique os sinais indicados quanto à natureza do domínio (contínuo vs discreto) e a da imagem (contínua vs discreta).

- a) A tensão elétrica aplicada aos terminais de uma lâmpada residencial do tipo incandescente, acesa.
- b) O sinal elétrico aplicado à entrada de um A/D *mid-tread* de 16 bits.
- c) Como parte de um programa nutricional de perda de peso, a massa de um paciente é medida toda segunda-feira pela manhã durante 12 meses. Ademais, o registro da medida é feito com 4 algarismos significativos. Classifique o sinal que representa o histórico temporal da evolução da massa do paciente durante o programa.
- d) O sinal indicador do percentual de realização de certa tarefa durante dado intervalo de tempo, tal como mostrado na Figura 1.



**Figura1. Representação gráfica do percentual realizado de certa tarefa.**

- e) O sinal que representa os gastos (em reais) com manutenção no LNCC, por tipo de despesa, no ano primeiro semestre de 2010, conforme dados apresentados na Tabela 1 (página 3).

**EXERCÍCIO 3**

Para fins de certificação e conformidade, um fabricante de medidores eletrônicos submete ao INMETRO um termômetro digital com as seguintes especificações: faixa de medição entre 0 a 100 graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ), com precisão de  $0,1^{\circ}\text{C}$ . O dispositivo em questão tem um mostrador digital de 3 dígitos, com ponto (vírgula) decimal variável, podendo indicar temperaturas entre  $0,00^{\circ}\text{C}$  e  $100^{\circ}\text{C}$ . Na análise do equipamento, um técnico do INMETRO verifica que o sensor primário do termômetro é um resistor linear variante com temperatura (RTD), que faz parte de um circuito eletrônico linear calibrado da seguinte forma: gera uma tensão elétrica constante de 0 mV (milivolt) quando o RTD é exposto a um ambiente a  $0,00^{\circ}\text{C}$ ; e produz 10 mV quando o RTD é exposto a  $100^{\circ}\text{C}$ . Esse sinal de tensão é então amplificado linearmente por um fator de 100 vezes, antes de ser aplicado à entrada de um A/D *mid-rise* de 10 bits, cuja faixa de tensão de entrada é de 0 a 1 Volt.



- Determine se o termômetro digital em questão atende às especificações fornecidas pelo fabricante.
- Determine a entrada e a saída do A/D quando o RTD é exposto a um ambiente com temperatura de 10,3 °C.
- Caso constate uma situação de inconformidade no item (a), proponha modificações no projeto do termômetro de modo que as especificações técnicas sejam satisfeitas.
- O uso do A/D do tipo *mid-rise* (que não representa o zero) é um inconveniente para a aplicação em questão?

#### EXERCÍCIO 4

Verifique se os sinais abaixo listados ( $n \in \mathbb{Z}$ ) são periódicos e, em caso afirmativo, calcule o período fundamental.

- $x[n] = u[n] + u[-n - 1]$
- $x[n] = \exp\left[j \frac{4\pi n}{9}\right]$
- $x[n] = 5 \sin\left[\frac{\pi n}{3}\right] + 12\pi \cos\left[\frac{n}{17}\right]$
- $x[n] = \cos\left[\frac{\pi n}{47} + \frac{\pi}{46}\right] u[-n + 3]$
- $x[n] = \left| \cos\left[\frac{2\pi n}{9}\right] \right|$

#### EXERCÍCIO 5

Para cada um dos sinais abaixo, verifique se são de potência e/ou energia e calcule sua energia e a potência média.

- $x[n] = u[n]$
- $x[n] = 7u[-n - 1] \cos[\pi n] u[n + 4]$
- $x[n] = \alpha^{-n} u[n - 2]$ , com  $\alpha = -3$
- $x[n] = \tan\left[\frac{\pi n}{36}\right]$
- $x[n] = \tan\left[\frac{\pi n}{36}\right] (u[n] - u[n - 5])$

#### EXERCÍCIO 6

Discuta as afirmativas abaixo, i.e., justifique se são verdadeiras ou falsas.

- A soma de duas seqüências distintas, ambas do tipo lateral-esquerda, é sempre uma seqüência lateral-esquerda.
- A soma de duas seqüências periódicas é sempre uma seqüência periódica.
- O somatório das amostras de uma seqüência par pode ser nulo.

#### EXERCÍCIO 7 (SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL)

Uma imagem de teste ([clique aqui](#) para obtê-la) tem intensidade luminosa representada em 16 bits ( $2^{16}$  níveis de cinza). Escreva um código em Matlab (ou Octave) para re-quantizar a imagem, de modo que cada pixel seja representado por  $B$  bits. Experimente para  $B = \{2, 3, 4\}$ . Para contornar o efeito de aparecimento de regiões homogêneas na imagem, antes da re-quantização adicione à imagem um ruído com distribuição uniforme no intervalo  $(0, R)$ . Determine experimentalmente os valores de  $R$  que oferecem resultados visuais adequados para cada um dos valores de  $B$  acima considerados. É possível estabelecer alguma relação entre  $R$  e  $B$ ?



Dicas de uso do Matlab:

- 1) Para abrir a imagem, use a função `imread.m`. Ex. `A=imread('lenna_16bits','png');`
- 2) Para visualizar a imagem, use a função `imshow.m`;
- 3) Para gerar ruído uniformemente distribuído, use a função `rand.m`;
- 4) Antes de escalar os elementos (valores inteiros de pixel, em uint16) da imagem A, use `A=double(A)`;

**Tabela 1. Distribuição de gastos (em reais) com manutenção no LNCC, no primeiro semestre de 2010, por tipo de despesa. Fonte: LNCC Relatório semestral TCG 2010.**

<b>Despesas</b>	<b>Classificação Contábil</b>	<b>(%)</b>	<b>Valor (R\$)</b>
Água e Esgoto	339039.44	1,7	31.602,37
Energia Elétrica	339039.43	14,8	273.657,53
Telefonia (Telemar, TNL, Brasil Telecom)	339039.58	10,9	201.101,77
Comunicação em Geral (Correios)	339039.47	0,6	11.693,85
Limpeza e Conservação	339037.02	9,2	170.575,45
Vigilância Ostensiva	339037.03	8,2	151.110,40
Apoio Administrativo, Técnico e Operacional	339037.01	28,7	530.686,68
Transporte de Servidores	339033.09	6,5	120.950,00
Processamento de Dados (Deskgraphic)	339039.57	13,0	239.386,94
Manutenção de Software (Columbia Storage)	339039.08	0,6	10.245,30
Manut. e Conserv. de Equip. de Process. de Dados	339039.95	0,5	9.450,00
Manutenção e Conserv. de Máquinas e Equip. <sup>(1)</sup>	339039.17	1,8	32.388,97
Manutenção e Conserv. de Veículos (Mecân./Peças)	339039.19 / 339030.39	0,9	16.012,30
Locação de Máquinas e Equipamentos	339039.12	1,4	25.832,80
Combustíveis e Lubrificantes Automotivos	339030.01	1,2	22.258,78
<b>Total...</b>	<b>100</b>	<b>1.846.953,14</b>	



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

### GA-038 Processamento Digital de Sinais – Primeira Lista de Exercícios

(Prazo de entrega: dia 18 de outubro de 2011, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

#### EXERCÍCIO 1

Considere a tabela abaixo como representação do seguinte sinal: custo em Reais de despesas realizadas no LNCC, em função do tipo de despesa, nos primeiros semestres de 2010 e 2011.

Tipo de Despesa	Custo em R\$	
	1.º Semestre 2011	1.º Semestre 2010
Água e Esgoto	17.857,74	31.602,37
Energia Elétrica	106.937,51	273.657,53
Telefonia	208.106,44	201.101,77
Comunicação em Geral	11.393,27	11.693,85
Limpeza e Conservação	170.575,45	170.575,45
Vigilância Ostensiva	179.003,60	151.110,40
Serv. de Apoio Admin., Técn. e Operacional	590.929,62	530.686,68
Transporte de Servidores	130.115,55	120.950,00
Manutenção de Software	17.069,78	10.245,30
Manut. e Conserv. de Equip. de Process. de Dados	9.450,00	9.450,00
Manutenção e Conserv. de Máquinas e Equip.	34.823,15	32.388,97
Manut. e Conserv. de Veículos (Mecân./Peças)	10.338,50	16.012,30
Locação de Máquinas e Equipamentos	37.105,40	25.832,80
Combustíveis e Lubrificantes Automotivos	11.243,18	22.258,78

Fonte: Relatórios semestrais TCG LNCC de 2010 e 2011.

- Qual a dimensão do sinal em questão?
- Classifique o sinal quanto à natureza (contínua ou discreta) do seu domínio e contra-domínio (ou imagem).

#### EXERCÍCIO 2

Considere um A/D *mid-tread* cuja faixa de entrada é  $-1V \leq x \leq 1V$  e  $B$  bits.

- Para  $B = 3$  e entrada  $x = \frac{\pi}{6} V$  determine a saída do A/D.
- Para  $B = 3$  e  $i_q = 2$ , determine a entrada aplicada ao A/D.
- Simulação computacional:
  - Gere o sinal de entrada  $x[n] = \sin(\omega_1 n) \cos((\omega_2 + Kn)n)$ , com  $\omega_1 = \frac{\pi}{10000}$  rad/amostra,  $\omega_2 = \frac{\pi}{500}$  rad/amostra e  $K = 6\omega_2/30000$  rad/amostra<sup>2</sup>, para  $n$  inteiro entre 0 e 30000.
  - Escreva um script que simule o estágio de quantização do A/D para uma dada especificação de  $B$ .
  - Para  $B \in \{3, 8, 16\}$  bits, obtenha e plote os sinais quantizados  $x_{q,B}[n]$  e os respectivos erros de quantização  $e_{q,B}[n] = x[n] - x_{q,B}[n]$ .
  - Após inspeção visual e auditiva, critique os resultados obtidos. Para ouvir os sinais, salve as sequências em questão como arquivos no formato .WAV com 16 bits e 44100 Hz (*sample frequency*). Exemplo (matlab): `wavwrite(x,44100,16,'sinal_original')`. Alternativamente, pode-se ouvir os sinais pelo matlab: `sound(x,44100)` ou `wavplay(x,44100)`.



### EXERCÍCIO 3

Verifique se os sinais abaixo listados ( $n \in \mathbb{Z}$ ) são periódicos e, em caso afirmativo, calcule o período fundamental.

- a)  $x[n] = \exp\left[j \frac{8\pi n}{15}\right]$
- b)  $x[n] = \cos\left[\frac{\pi}{3}n\right] \exp\left[-\frac{1}{3}|n|\right]$
- c)  $x[n] = \sin\left[\frac{\pi n}{13}\right] + \cos\left[\frac{n}{17}\right]$
- d)  $x[n] = \cos\left[\frac{\pi|n|}{3} + \frac{\pi}{6}\right]$

### EXERCÍCIO 4

Para cada um dos sinais abaixo, verifique se são de potência e/ou energia e calcule sua energia e a potência média.

- a)  $x[n] = \begin{cases} \frac{(-1)^{n+1}}{n}, & \text{se } n \geq 1 \\ 0, & \text{se } n \leq 0 \end{cases}$
- b)  $x[n] = 10 \cos\left[\frac{\pi n}{2}\right] u[n] - 10 \cos\left[\frac{\pi}{2}n - 2\pi\right] u[n - 4]$
- c)  $x[n] = \frac{3 \sin\left[\frac{n}{10}\right]}{n-10} u[n + 10]$
- d)  $x[n] = \alpha^n u[n - 2]$ , com  $\alpha = \frac{1}{3}$

### EXERCÍCIO 5

Discuta as afirmativas abaixo, i.e., justifique se são verdadeiras ou falsas.

- a) O produto (amostra-a-amostra) de duas seqüências (não-nulas) ímpares distintas resulta sempre em uma seqüência par.
- b) A convolução linear discreta de duas seqüências, uma com suporte temporal finito e outra do tipo lateral-direita resultará sempre em uma seqüência lateral-direita.
- c) Se uma seqüência par tem suporte temporal finito, o somatório de suas amostras é sempre não-nulo e finito.

### EXERCÍCIO 6

Classifique os sistemas abaixo quanto à linearidade, à causalidade e à invariância no tempo.

- a)  $y[n] = 2x[n] - \frac{1}{2}x[n - 10]$
- b)  $y[n] = \sum_{i=-1}^1 \frac{1}{3} \exp\left[-\frac{1ni}{5}\right] x[n - 3i]$
- c)  $y[n] = x[n - 3] + |x[n]|$
- d)  $y[n] = n^2 + x[n + 2]$



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

### GA-038 Processamento Digital de Sinais – Primeira Lista de Exercícios

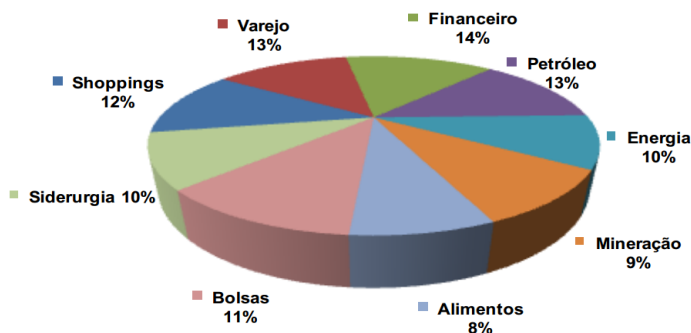
(Data de entrega: dia 16 de outubro de 2012, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos.

#### EXERCÍCIO 1

Classifique cada sinal descrito abaixo, classifique-o quanto a dimensão e quanto à natureza (contínua ou discreta) de seu domínio e sua imagem.

- A tensão (voltagem) entre os terminais de uma pilha ao longo do tempo.
- O valor da taxa (% ao ano) de juros SELIC fixada pelo COPOM, em função da data de fixação, em 2011.  
<http://www.bcb.gov.br/?copomjuros>.
- $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f(x) = \frac{1-2x^{-1}}{1-\frac{1}{2}x^{-1}}, \left\{x \in \mathbb{C}, |x| > \frac{1}{2}\right\}$
- Distribuição percentual de investimentos para a composição de uma carteira de ações, por setor econômico, conforme ilustrado na Figura 1.



Fonte: Ativa Research

Figura 1. Composição setorial de uma carteira de investimentos em ações.

#### EXERCÍCIO 2

Considere que o esquema mostrado na Figura 2 é parte de um sistema ideal de aquisição de dados em que o sinal de saída de um sensor de temperatura é amplificado e alimentado em um A/D do tipo *mid-tread*. O sensor é projetado para operar na faixa entre 0 e 500 °C, entregando em sua saída um sinal de tensão (em mV - milivolts) linearmente proporcional à temperatura a que está submetido, i.e.,  $v_s = cT$ , com  $T$  em °C e  $c = \frac{1 \text{ mV}}{50 \text{ °C}}$ . O amplificador de tensão é linear e tem ganho escalar ajustável  $G$ . A especificação para a faixa de entrada do A/D é entre 0 e 5 V e o número de bits  $B$  pode ser escolhido arbitrariamente.

- Determine valores apropriados para  $G$  e  $B$  de modo que o erro máximo entre a temperatura real e a obtível após o processo de digitalização seja inferior a 1 °C.  
Para sua escolha no item (a):
- Encontre a saída do A/D quando o sensor é submetido à temperatura de 100 °C.
- A qual temperatura está submetido o sensor quando a saída do A/D é igual a 10?
- Forneça uma expressão para a temperatura quantizada  $T_q$  em função dos parâmetros do sistema.

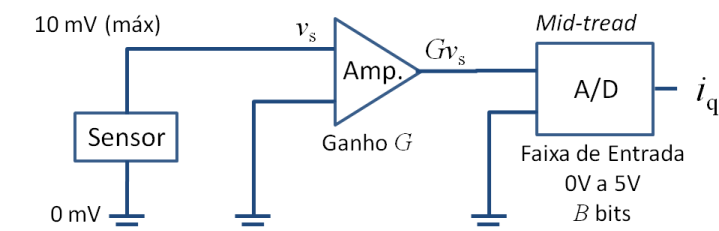


Figura 2. Esquemático do sistema de aquisição do exercício 2.

### EXERCÍCIO 3

Verifique se os sinais abaixo listados ( $n \in \mathbb{Z}$ ) são periódicos e, em caso afirmativo, calcule o período fundamental.

- $x[n] = \sin\left[\frac{3\pi}{13}n\right]$
- $x[n] = \cos^2\left[\frac{3\pi}{8}n\right] \frac{10}{|n|}$
- $x[n] = \exp\left[j\frac{\pi n}{8}\right] + \cos\left[\frac{n}{7}\right]$
- $x[n] = \cos\left[\frac{\pi|n|}{3} + 8\pi\right]$

### EXERCÍCIO 4

Para cada um dos sinais abaixo ( $n \in \mathbb{Z}$ ), verifique se são de potência ou energia e calcule sua energia e a potência média.

- $x[n] = \frac{(\frac{1}{2})^n}{n-7} u[n]$
- $x[n] = \alpha^n u[n+3]$ , com  $\alpha = \frac{1}{5}$
- $x[n] = \cos\left[\frac{\pi}{3}n\right]$
- $x[n] = j^n(u[n+3] - u[n-3])$

### EXERCÍCIO 5

Discuta as afirmativas abaixo, i.e., justifique se são verdadeiras ou falsas.

- Na soma (amostra-a-amostra) de duas sequências não-nulas distintas, basta que uma delas seja não-periódica para que o resultado seja uma sequência não-periódica.
- A soma de duas sequências distintas, ambas do tipo lateral-direita, é sempre uma sequência lateral-direita.
- Toda sequência pertencente ao  $\ell_1$  é sinal de energia.
- É sempre não-nulo o somatório das amostras de uma sequência par pertencente ao  $\ell_\infty$  e com suporte temporal finito.