



## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais 1P23 – Quinta Lista de Exercícios

### EXERCÍCIO 1

Sabe-se que a amostragem ideal de um sinal de tempo contínuo  $x(t) = \cos(\Omega_0 t)$ , realizada com período de amostragem  $T_s = \frac{1}{200}$  s, resulta na sequência  $x[n] = \cos\left[\frac{\pi}{4}n\right]$ . No mais, o processo de amostragem não inclui filtro anti-aliasing.

- Determine uma expressão para todos os valores positivos de  $\Omega_0$  que satisfazem o enunciado acima.
- Suponha que o Critério de Nyquist tenha sido respeitado durante o processo de amostragem feito no item (a): determine  $\Omega_0$ .
- Suponha que o  $x(t)$  encontrado no item (b) seja amostrado com  $\hat{f}_s = \frac{200}{9}$  Hz.
  - Obtenha o  $x[n]$  correspondente;
  - Obtenha o sinal  $x_r(t)$  reconstruído a partir do  $x[n]$  do item anterior, através de um conversor digital-analógico (D/A) ideal com período de reconstrução  $\hat{T}_r = T_s = 1/200$  s;

Os resultados acima (dos subitens i e ii) implicam uma violação do Teorema da Amostragem?

### EXERCÍCIO 2

Deseja-se realizar o sistema a tempo contínuo  $y(t) = 3x^2(t)$ , **através de um sistema a tempo discreto**. No mais, sobre  $x(t)$  sabe-se que:

- Só tem valores reais;
- A magnitude de seu espectro de Fourier  $X(j\Omega)$  é não nula para  $-\Omega_m < \Omega < \Omega_m$  rad/s e nula para  $|\Omega| \geq \Omega_m$  rad/s;

Projete um sistema que realize a tarefa desejada, especificando todos os seus componentes (ideais), i.e., filtro anti-aliasing, conversor analógico-digital (A/D), sistema discreto, filtro de reconstrução, conversor digital-analógico (D/A), etc. Desconsidere os atrasos de processamento produzidos pelos A/D, D/A e filtros.

### EXERCÍCIO 3

Deseja-se processar o sinal de tempo-contínuo  $x(t) = \cos^2(400\pi t) + \cos(200\pi t + \pi/5)$  usando um sistema em tempo-discreto. Para tal,  $x(t)$  é amostrado idealmente com  $f_s = 1000$  Hz para gerar a sequência discreta  $x[n]$ . O processamento efetuado no tempo discreto é realizado por um sistema LTI causal com  $H(z) = (1 - z^{-5})/2$ , RDC<sub>H</sub>:  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 0\}$ .

- Obtenha  $x[n]$ .
- Encontre  $y[n]$ .
- Determine uma expressão para  $y_r(t)$  reconstruído de  $y[n]$  através de um D/A ideal com frequência de reconstrução  $f_r = f_s$ .
- Suponha que, para reconstruir  $y_r(t)$ , só se disponha de um D/A ideal cuja frequência de reconstrução  $f_r = f_s/2$ . Apesar dessa restrição imposta ao D/A, ainda seria possível reconstruir perfeitamente o  $y_r(t)$  obtido no item (c)? Caso verdadeiro, proponha uma modificação na cadeia de processamento para viabilizar tal reconstrução.



#### EXERCÍCIO 4

Uma estação meteorológica em um dado local mede 3 grandezas: pressão atmosférica ( $P$ ), a velocidade do vento em uma direção específica ( $V$ ) e a umidade relativa do ar ( $U$ ). Por limitações de hardware,  $P$  é medida a cada  $\frac{3}{2}$  s,  $V$  é medida a cada 1s e  $U$  é medida a cada  $\frac{5}{3}$  s. Especifique sistemas discretos de mudança de taxa de amostragem que modifiquem as séries temporais resultantes da amostragem de  $P$ ,  $V$ , e  $U$  de modo a viabilizar a comparação delas entre si.

Considere que:

- As medidas são instantâneas e foram realizadas por A/D ideais (sem quantização)
- As primeiras medidas de  $P$ ,  $V$  e  $U$  ocorrem no mesmo instante de tempo.

#### EXERCÍCIO 5

A auto-covariância amostral de uma sequência "causal" determinística  $x[n]$  de média zero e  $L$  (finito) valores reais é uma função par definida por

$$r[m] = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1-m} x[n]x[n+m].$$

Suponha que  $x[n]$  seja uma sequência não nula, de média zero e suporte temporal finito no intervalo  $0 \leq n \leq 8$ . Nesse caso, só é necessário computar  $r[m]$  na faixa  $-8 \leq m \leq 8$ . Descreva um procedimento que permita calcular  $r[m]$  no domínio da frequência, através de um número mínimo de DFTs e IDFTs.

Dica: o somatório acima pode ser feito para  $\forall n \in \mathbb{Z}$ . Mas graças ao suporte temporal compacto de  $x[n]$ , pode-se utilizar a faixa limitada mostrada.