

## PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-032 Sistemas Lineares 4P25 – Sétima Lista de Exercícios

**Notação:**  $t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  (vetor de estados)

$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  (vetor de entrada)

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$  (vetor de saída)

$n$ : ordem do sistema

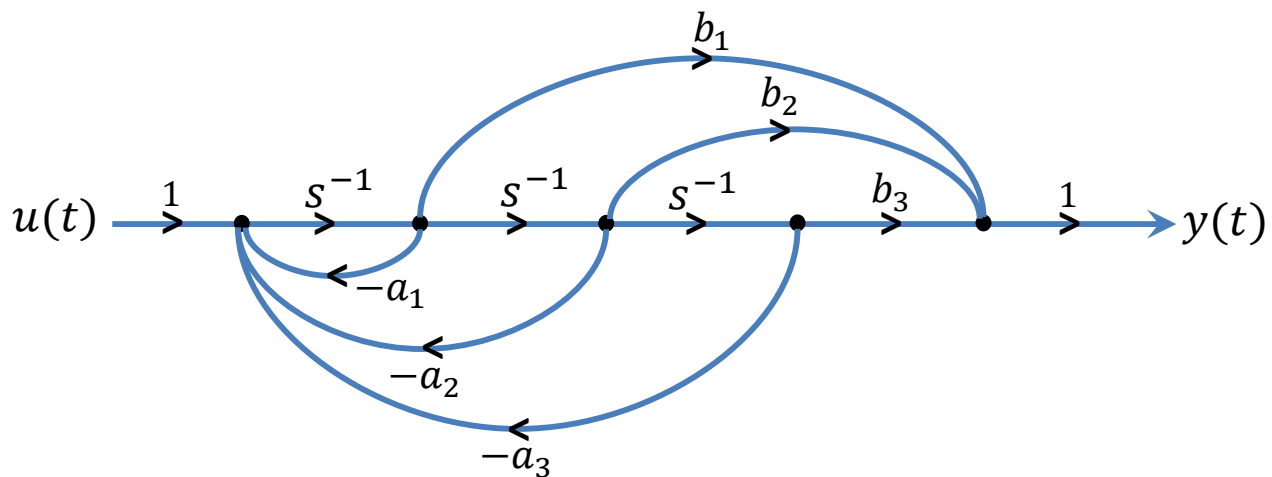
### EXERCÍCIO 1

Considere o SLIT SISO causal a tempo contínuo representado pelo diagrama de fluxo mostrado na **Figura 1**, onde os parâmetros  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$ , e  $b_3$  são reais não-nulos e  $s^{-1}$  representa o operador integrador temporal.

- Determine as matrizes **A**, **B**, **C** e **D** de uma representação em espaço de estados (REE) do sistema.
- Encontre a função de transferência e a EDO que representam o SLIT.

Para  $a_1 = 2, a_2 = -5, a_3 = -6, b_1 = 1, b_2 = 2$  e  $b_3 = -8$

- Determine os polos do SLIT implementado com a REE do item (a). Determine os polos de  $H(s)$ . O SLIT é assintoticamente estável? O SLIT é BIBO-estável?
- Obtenha expressões algébricas para os elementos da matriz de transição de estados  $\Phi(t, 0)$  da solução da equação de estados da REE do SLIT.
- O SLIT é diagonalizável? Caso seja, obtenha as matrizes  $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$  e  $\hat{\mathbf{D}}$  de uma REE2 da implementação desacoplada do SLIT.



**Figura 1.** Diagrama de blocos do sistema SISO do Exercício 1.

## EXERCÍCIO 2

Considere o SLIT MIMO causal, a tempo contínuo, com REE dada pelas matrizes **A**, **B**, **C** e **D** abaixo especificadas, onde  $\lambda \in \mathbb{C}$  e  $b$  é real finito não-nulo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Desenhe um diagrama de fluxo de uma implementação do SLIT MIMO que corresponda à REE dada.
- Obtenha expressões algébricas explícitas para cada elemento da matriz de transição de estados  $\Phi(t, t_0)$ .
- Discuta a estabilidade assintótica do SLIT em relação ao parâmetro  $\lambda$ .
- O SLIT é marginalmente estável para  $\lambda = j$ , com  $j = \sqrt{-1}$ ?
- O SLIT está implementado em forma canônica?
- O SLIT é diagonalizável?
- Proponha uma outra implementação e REE correspondente para o SLIT MIMO, de modo que a matriz  $\hat{\mathbf{A}}$  da nova REE não esteja na forma normal de Jordan.
- Encontre os pontos de equilíbrio do SLIT homogêneo quando  $\lambda = 0$ .

## EXERCÍCIO 3

Seja  $\Phi(t, t_0)$  a matriz de transição de estados do SLVT MIMO homogêneo com equação de estado  $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t)$ , para um estado inicial não-nulo  $\mathbf{x}(t_0)$ .

- Mostre que  $\Phi(t, t_0) = \Phi(t, t_1)\Phi(t_1, t_0)$ , para  $t_0 < t_1 < t$ .
- Mostre que  $\Phi^{-1}(t, t_0) = \Phi(t_0, t)$ .

## EXERCÍCIO 4

Encontre expressões algébricas para os elementos da matriz de transição de estados  $\Phi(t, t_0)$  dos SLVTs homogêneos abaixo.

- $\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$ , para  $\mathbf{x}(t_0) \neq 0$
- $\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & e^{2t} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$ , para  $\mathbf{x}(0) \neq 0$