Capítulo 1

Introdução

Desde sua introdução por Kass at al. (Kass *et al.* , 1988), os Modelos de Contorno Ativo (*Snakes*) vêm se estabelecendo como um importante recurso para a solução de problemas em processamento de imagens digitais, particularmente para segmentação de imagens e *tracking* (Black & Yuille, 1993).

A segmentação é um passo fundamental para a análise e identificação das características relevantes em uma imagem (Jain, 1989). Segmentar uma imagem significa separá-la em regiões com propriedades *comuns* (cor, textura, etc) as quais correspondem a objetos ou partes de objetos na imagem, ou mesmo ao *background* (Jones & Metaxas, June, 1998).

De maneira geral, os métodos para segmentação fazem uso de limiares (*thresholds*) e hipóteses iniciais para a imagem tais como tipos de texturas, distribuição do histograma, etc (Zhu & Yuille, 1996). Grosseiramente, estes métodos podem ser classificados em quatro grupos (Zhu & Yuille, 1996): Filtragem local (Canny, 1983), contornos ativos (Black & Yuille, 1993), crescimento e agrupamento de regiões (Adams & Bischof, 1994) e otimização de funções de energia definidas globalmente sobre a imagem (Bayes/Minimum Description Length (MDL) (Mumford & Shah, 1989)).

Os métodos baseados em filtragem local são particularmente úteis para o realce de características de interesse (bordas, por exemplo(Canny, 1983)) e para a detecção de regiões com uma mesma textura, como é o caso típico do filtro gaussiano (Jain, 1989).

Nos métodos que usam crescimento e agrupamento de regiões procura-se dividir o domínio da imagem em subregiões, cada uma destas satisfazendo algum critério de *homogeneidade*. Os objetos *segmentados* por estas técnicas apresentam em geral bordas irregulares podendo ocorrer pequenos buracos no interior dos mesmos os quais deverão ser preenchidos em uma etapa de pós-processamento.

As técnicas envolvendo critérios globais (Bayes/MDL (Zhu & Yuille, 1996; Mumford & Shah, 1989)) procuram segmentar a imagem usando funções de energia definidas globalmente sobre a mesma. Neste sentido, têm a vantagem de tratar a imagem como um todo, mas, por outro lado, apresentam a dificuldade extra de encontrar o mínimo global que fornece a solução desejada.

Os Modelos de Contornos Ativos, por sua vez, na sua formulação original proposta por Kass at al. (Kass *et al.* , 1988), fazem uso de informações locais sobre um contorno, podendo incorporar também informações a priori sobre a imagem como um todo ou sobre os segmentos procurados. São métodos usados para extração das bordas dos objetos da cena, sendo em geral aplicados conjuntamente com técnicas de filtragem usadas na detecção de pontos de bordas (Canny, 1983; Cohen, 1991). Uma dificuldade com estes métodos é a necessidade de uma boa estimativa inicial do contorno procurado para garantir o bom funcionamento do método.

Apesar disto, esses modelos têm a vantagem de facilitar a incorporação de informações conhecidas a priori sobre os contornos (topologia, suavidade, etc) bem como facilitar a interação com o usuário quando esta se torna necessária. Estas vantagem vêm motivando a aplicação destes modelos em diferentes contextos (Black & Yuille, 1993) bem como sua agregação a outras técnicas gerando modelos mistos, como pode ser verificado em (Zhu & Yuille, 1996).

As técnicas de contornos ativos (*snakes*) constituem o enfoque deste trabalho. Além da extração de bordas dos objetos de interesse, as snakes também são utilizadas para *tracking* de objetos em seqüencias de imagens (Leymarie & Levine, 1993; Peterfreund, 1999; Black & Yuille, 1993), embora esta última aplicação não seja tema deste trabalho.

Snakes são um tipo particular de *modelos deformáveis* (Black & Yuille, 1993). Em geral, o termo modelo deformável em processamento de imagens refere-se a uma curva/superfície inicial (*template*) a qual se deforma sob a ação de "forças" internas (intrínsecas à geometria da curva) e externas (derivadas da imagem) atingindo o equilíbrio sobre a fronteira do objeto.

Neste trabalho, daremos enfoque especial às snakes em 2D, embora a extensão destes métodos para superfícies pode (em geral) ser feita sem grande dificuldade (Black & Yuille, 1993; Cohen & Cohen, 1993).

Na versão clássica (Kass *et al.* , 1988) do método de snakes o template deformável é uma curva contínua, parametrizada, e o sistema de forças (internas e externas) provem das equações de Euler-Lagrange associadas a um funcional de energia definido sobre a curva, o qual é basicamente constituído por dois termos: um termo de energia interna que incorpora restrições geométricas estabelecidas a priori para a solução (suavidade, por exemplo) e um termo de energia externa definido a partir de elementos de interesse na imagem (pontos de bordas, texturas, etc). O objetivo é que o sistema de forças possa "puxar" a curva (snake) em direção a uma borda ficando em equilíbrio (estável) sobre a mesma (mínimo da energia).

As equações de Euler-Lagrange para as snakes não possuem em geral solução analítica exigindo a utilização de métodos numéricos para obter uma solução aproximada que tenha um grau suficiente de precisão. Para isto, podem ser empregados os métodos de Diferenças Finitas (Leymarie & Levine, 1993) ou de Elementos Finitos (Cohen & Cohen, 1993). O primeiro, tem a vantagem de ser simples enquanto que o segundo pode ser mais robusto.

Os modelos de snake onde a curva é representada parametricamente são denominados *modelos paramétricos* tendo como ponto de partida comum o trabalho de Kass at al. (Kass *et al.* , 1988). Mais adiante discutiremos os *modelos implícitos* (ver (W.J. Niessen & Viergever, 1998) para uma revisão do assunto), que constituem uma alternativa ao modelo original.

O modelo de Kass at al. (Kass *et al.* , 1988) possui várias limitações.

Primeiramente, a energia é em geral não convexa implicando numa alta sensibilidade à inicialização. Relacionado com este problema está também a força normal determinada a partir das equações de Euler-Lagrange. Esta força atua no sentido de colapsar contornos fechados em um ponto ou contornos abertos em um segmento de reta o que em geral é um efeito indesejado pela dificuldade de controle desta força devido sua dependência com a geometria da curva (Gunn & Nixon, 1997).

A não-convexidade da energia está diretamente relacionada com a escolha dos parâmetros do modelo. Estes parâmetros vão determinar a importância relativa de cada termo do funcional de energia. A alta sensibilidade do resultado com relação aos parâmetros se constitui em uma dificuldade inerente ao modelo de snakes (Leymarie & Levine, 1993; Gunn & Nixon, 1997), uma vez que não existe um procedimento sistemático para determiná-los.

Outro problema do modelo original é sua limitação à topologia de um segmento de reta ou de uma circunferência não sendo possível sua variação durante o processo através de operações de *split/merge*.

Neste trabalho faremos uma abordagem dos métodos de contorno ativo vinculada às soluções empregadas para estas limitações do modelo original.

Neste sentido, a não-convexidade da energia das snakes tem lugar central nesta apresentação. Este tema é analisado com rigor por Prince at al. (Davatzikos & Prince, 1999) no contexto das snakes abertas. Nesta referência, os autores partem de uma versão discreta do modelo original e analisam a energia correspondente. A energia se torna então uma função de $N-2$ pontos, onde N é o número de pontos da curva discretizada (contando os pontos extremos fixos) e assim tem-se um problema de otimização não-linear. Neste caso, a análise de convexidade reduz-se a análise dos autovalores de sua Hessiana. Procura-se então estabelecer condições para que estes autovalores sejam estritamente positivos (energia estritamente convexa).

Uma forma de contornar o problema da não convexidade é imergindo o modelo original em um contexto dinâmico, onde a curva possui também uma aceleração que lhe permite abandonar o domínio de atração de um mínimo local (Black & Yuille, 1993). Esta generalização do método pode ser obtida diretamente via formulação Lagrangeana (Goldstein, 1981). Apesar da vantagem mencionada acima, para esta técnica ser realmente eficiente para a extração de bordas, necessita-se de um delicado *trade-off* entre os parâmetros envolvidos o que se constitui em uma dificuldade extra (Giraldi & Oliveira, 1999).

Lembramos que a formulação Lagrangeana tem a vantagem de ser independente do sistema de coordenadas utilizado. Ela é usada em diferentes trabalhos dos quais citamos em particular (Curwen & Blake, 1993; Black & Yuille, 1993) onde é tratado o problema do *tracking* de objetos.

Outra possibilidade para diminuir os efeitos da não convexidade da energia é usar métodos multi-escala. Basicamente, o modelo é resolvido para uma resolução mais baixa (escala grossa) da imagem e sua solução nesta resolução é usada como condição inicial para a escala seguinte (Leymarie & Levine, 1993). À medida que o método avança para escalas mais finas espera-se ficar mais próximo do mínimo (global) desejado. Esta metodologia tem o custo computacional extra de se montar a representação multi-escala da imagem. Além disso, caso a seqüência de escalas utilizada não seja adequada a convergência para o contorno procurado pode não ocorrer.

O problema da não-convexidade da energia está diretamente relacionado com a força normal interna que surge naturalmente das equações de Euler-Lagrange. Para diminuir os efeitos indesejáveis desta força Cohen propôs em (Cohen, 1991) a adição de uma força interna (normal) extra, juntamente com uma normalização da força externa (força de imagem).

Gang Xu at al. (Xu *et al.* , 1994) sugerem também a adição de forças internas extras mas de uma forma mais sistemática. Neste caso, a curva é aproximada localmente pelo círculo definido pelo centro e raio de curvatura e a partir desta aproximação é obtida uma relação envolvendo os parâmetros das forças internas. Esta relação fornece uma estimativa eficiente para a força normal interna. Este método tem a vantagem adicional de reduzir a sensibilidade do modelo aos parâmetros internos o que alivia o problema da escolha de parâmetros. Apesar disto, o método torna a curva menos sensível a contornos mal definidos (*subjetivos*). Além disso, tem o custo adicional da determinação da aproximação local da curva e sua extensão para o caso 3D não é óbvia.

Outra maneira de remover os efeitos indesejados da força normal de contração do modelo de snakes é através do conceito de *invariância* por transformações, o qual é bem conhecido em visão computacional (Gool *et al.* , 1995).

Esta idéia vem sendo aplicada em snakes no contexto de contornos fechados e consiste primeiramente na utilização de uma energia interna que possua propriedades adicionais de invariância além das usuais por translação e rotação.

Esta energia interna pode ser obtida através de um modelo de forma vinculado a um *protótipo* (Ip & Shen, 1998) ou simplesmente derivado de elementos que tenham as propriedades de invariância desejadas (Ip & Shen, 1998; Gunn & Nixon, 1997). Com isto, evita-se o colapso da curva, uma vez que a snake tem agora a tendência natural de adquirir a forma pré-estabelecida no modelo. Isto inclusive limita a maneira como a snake se deforma durante sua evolução.

Em (Ip & Shen, 1998) a invariância é por transformações afins sobre a curva (translação e transformações lineares não-singulares). Neste método é desenvolvida uma noção de curvatura afim-invariante empregada como elemento de suavização da solução e uma energia de modelo que vincula a forma da snake a um *protótipo*. Para este vínculo ser implementado é necessário uma correspondência entre os pontos do protótipo e da snake, o que aliás é uma característica comum dos *modelos de forma ativa*, tais como (Ip & Shen, 1998).

Este método é apropriado para segmentação de cenas onde objetos com formas previamente conhecidas foram deformados por transformações afins ou que possam ser aproximadas por uma seqüência de transformações deste tipo (projeções, por exemplo).

O método Dual (Gunn & Nixon, 1997) é outro exemplo do emprego do conceito de invariância para snakes. Este método consiste basicamente de um contorno que expande a partir do interior do objeto e de um outro contorno que contrai a partir do exterior. É estabelecida uma correspondência entre os dois contornos o que permite que os mesmos sejam interligados para obter-se uma força adicional (*driving force*) a qual é usada para retirar o contorno de mínimos locais garantindo mais robustez.

A necessidade de correspondência entre os pontos das snakes impõe restrições à forma das mesmas o que obriga a utilização de um modelo de forma, mas neste caso sem a necessidade de vínculo a um protótipo. Este modelo de forma implica naturalmente na invariância por transformações de escala uma vez que a escala (tamanho) dos objetos de interesse não é supostamente conhecida a priori.

O método dual tem a vantagem de evitar mínimos locais pela ação da força adicional, constituindo-se em uma alternativa eficiente para o problema da não convexidade da energia da snake.

Em (Gunn & Nixon, 1997) encontramos a formulação do modelo dual baseada em uma equação de evolução (método variacional). Em (Gunn, 1996a) encontramos uma outra formulação baseada em programação dinâmica. Estes modelos serão discutidos em detalhes durante este trabalho.

A utilização de programação dinâmica no contexto de snakes é apresentada em Amini at al. (Amini *et al.* , 1990) e se constitui em uma alternativa ao método variacional (Equações de Euler-Lagrange).

Classicamente, a idéia da programação dinâmica é usar o *Princípio de Optima-*

lidade (Dreyfus, 1965) para escrever o problema de otimização original como um problema de busca num espaço de curvas admissíveis e a partir daí desenvolver as equações básicas correspondentes (Dreyfus, 1965). Se pressuposto um modelo discreto para as curvas este problema de busca corresponderá a um processo multi-estágio onde o número de estágios é igual ao número de pontos da snake (*snaxels*)(Amini *et al.* , 1990).

As principais vantagens da programação dinâmica com relação aos métodos variacionais são a segurança de atingir o mínimo global e a robustez uma vez que neste caso não precisamos calcular derivadas de ordem superior da imagem (Amini *et al.* , 1990). Contudo, os métodos usando programação dinâmica são limitados pela necessidade de armazenamento em memória da ordem de $O\left(NM^2\right)$ e complexidade computacional da ordem de $O\left(NM^3\right)$ onde N é o número de snaxels e M é o tamanho da vizinhança em torno de cada snaxel, totalizando um espaço de busca discreto com NM pontos para cada interação.

Dentre os métodos de snakes que usam programação dinâmica aqueles que utilizam o algoritmo $Viterbi$ (Gunn, 1996a; Bamford & Lovell, 1995) são de particular interesse para este trabalho. A idéia central neste caso é limitar a borda procurada por duas curvas, uma interior e outra exterior ao objeto correspondente, para então criar um espaço de busca que seja mais eficiente. Este método tem a vantagem de diminuir o esforço computacional, pela redução do espaço de busca agora limitado à região entre as curvas. No entanto, esta vantagem só se torna efetiva se pudermos determinar de forma automática os contornos internos e externos. Este é o ponto que limita em muito o campo de aplicação desta metodologia.

As limitações topológicas do modelo original são tratadas no contexto dos modelos paramétricos basicamente por procedimentos compostos por duas etapas: 1) determinação da necessidade de mudanças topológicas; 2) um método (*cirúrgico*) para efetuá-las.

Por mudanças topológica entendemos o fato de uma snake (fechada) se subdividir em duas (ou mais), ou várias snakes se juntarem em uma única.

Em (Durikovic *et al.* , 1995) encontramos um método deste tipo usado para dividir um contorno fechado em dois outros. Nesta referência, isto é implementado primeiramente construindo-se um histograma da intensidade da força de imagem ao longo da snake com o objetivo de identificar uma região apropriada para cortar a snake (região com contraste mais fraco). A seguir, o método procura dois pontos nesta região para serem os extremos do segmento que cortará a curva em duas partes. Este método tem a desvantagem de não tratar o problema do merge entre contornos e sua extensão para superfícies não é óbvia.

Uma metodologia mais geral para incorporar mudanças topológicas às snakes é o modelo das T-snakes (McInerney & Terzopoulos, 1995; McInerney, 1997).

A idéia básica deste método é imergir o modelo de snakes em uma decomposição simplicial (triangulação) do domínio de interesse permitindo a utilização de resultados em métodos de continuação numérica para a execução eficiente e robusta de mudanças topológicas (Allgower & Georg, 1990).

Neste método, os snaxels são determinados a partir das intersecções da snake com a triangulação. Este processo corresponde a uma reparametrização da curva (snake) baseada na subdivisão do espaço no qual a mesma está imersa. Tal procedimento (extrínseco) tem a desvantagem de perturbar a snake (particularmente nas proximidades das bordas desejadas) e tornar o método muito sensível à triangulação usada. Esta reparametrização tem também a desvantagem de tornar a energia interna da snake não-invariante por rotação e translação da curva, uma vez que sua discretização depende da sua posição no espaço.

Estas limitações da T-snake forçam que a evolução da mesma seja definida via informações estritamente locais, não envolvendo nenhum processo de minimização explícito (McInerney, 1997).

Apesar das dificuldades citadas, uma vez projetada a snake, é possível distinguir eficientemente os *nós* (vértices dos triângulos) internos e externos à mesma criando-se uma *função característica* que tem valor 1 para nós interiores e 0 para os exteriores. Esta função é o elemento central do método uma vez que dispondo de um algoritmo suficientemente rápido para atualizá-la, as mudanças topológicas da(s) snake(s) se reduzem a encontrar os triângulos de borda correspondentes (triângulos onde a função característica muda seu sinal). Este procedimento simples para a implementação de mudanças topológicas é o grande benefício obtido a partir da reparametrização descrita acima (McInerney, 1997).

Dentre as vantagens deste método estão a sua generalidade, permitindo tanto agrupamento quanto particionamento da(s) snake(s), e a possibilidade de estendê-lo naturalmente para superfícies uma vez que seus elementos básicos (triangulação, reparametrização, função característica) são eficientemente estendíveis ao caso 3D (McInerney, 1997). O método das T-snake será objeto de particular atenção neste trabalho.

As T-snakes tem como um dos métodos inspiradores as formulações implícitas do modelo de snakes, particularmente o modelo dos Conjuntos de Níveis (*Level-Sets*) devido a Sethian at al. (Malladi *et al.* , 1995).

Nesta formulação, a snake é definida pela intersecção de uma superfície bidimensional Ψ com o plano xy (*level-set*). Desta forma, a evolução da snake está vinculada à evolução da superfície (e vice-versa) o que fica precisamente determinado pelas equações do tipo $Hamilton - Jacobi$ para a função $\Psi(x, y, t)$.

Neste contexto, as mudanças topológicas ocorrem naturalmente uma vez que a intersecção da superfície com um plano pode mudar a sua topologia de forma contínua e suave desde que $\Psi(x, y, t)$ permaneça uma função durante sua evolução. Além das habilidades topológicas, acrescenta-se o fato dos métodos numéricos utilizados para evoluir $\Psi(x, y, t)$ terem boa estabilidade e da extensão para superfícies bidimensionais ser direta (Malladi *et al.* , 1995).

No entanto, o uso explícito de uma dimensão extra torna este método menos intuitivo que os modelos paramétricos, trazendo dificuldades para a incorporação de informações adicionais (de forma, por exemplo), ou vínculos tais como pontos atratores (Kass *et al.* , 1988), dificultando inclusive a interação com o usuário caso esta se torne necessária.

Neste ponto, o método das T-Snakes é mais vantajoso uma vez que sua formulação paramétrica facilita os estabelecimento de *vínculos* pelo usuário.

No método das T-Snakes usa-se uma força normal para guiar a snake em direção às bordas desejadas. O sentido desta força é definido em função de um limiar para a intensidade da imagem. Uma forma de evitar mínimos locais é variar este limiar dentro de um intervalo estabelecido por estatísticas da imagem. Além disto, o método de reparametrização usado permite identificar facilmente quando duas curvas estão próximas. Estas observações foram o ponto de partida para a idéia de colocar o método Dual e as T-Snakes em um modelo unificado, por nós denominado Dual-T-Snakes (Giraldi & Oliveira, 2000; Giraldi *et al.* , 2000d; Giraldi *et al.* , 2000c).

Resumidamente, a metodologia consiste em explorar o modelo das T-Snakes para propor um *Modelo Dual de Contornos Ativos Generalizado*: *um contorno externo, envolvendo os objetos de interesse, contrai e se divide enquanto que contornos internos aos objetos se expandem em direção às bordas procuradas.*

Como resultado, conseguimos uma nova metodologia que é dual e topológica ao mesmo tempo, daí denominá-la *Dual-T-Snakes*.

Para fazer a snake externa contrair e as snakes internas expandirem em direção às bordas dos objetos nós usamos também forças normais do tipo daquela usada na T-Snake.

No Dual-T-Snakes, o limiar usado para definir o sentido da força normal é interpretado como uma noção de *afinidade* a qual é usada para identificar quais snaxels podem receber força extra e assim retirar uma snake de um mínimo local de forma eficiente.

A força extra tem direção normal, não dependendo portando de correspondência entre os snaxels, como é o caso do Dual original (Gunn & Nixon, 1997). As auto-intersecções que podem ocorrer em função da evolução das curvas segundo sua normais são naturalmente tratadas pela metodologia das T-Snakes.

Para que o método seja eficiente é necessário definir elementos que tornem a evolução da snake externa e das internas interdependente. Neste trabalho isto é implementado usando-se a *energia de imagem (normalizada) sobre as snakes* e a noção de *afinidade* citada acima.

Do ponto de vista da metodologia Dual apresentada originalmente em (Gunn & Nixon, 1997), a primeira vantagem do Dual-T-Snakes a ser ressaltada é que este não necessita de "matching" entre as snakes internas e externas. Assim, podemos prescindir de um modelo de forma a priori e deixar a forma das snakes livre durante a evolução do método. Acrescentando-se a isto as habilidades topológicas do Dual-T-Snakes (herança das T-Snake), pode-se dizer que o novo método generaliza o Dual original, tanto para formas mais gerais quanto para topologias mais gerais.

Além disso, o Dual-T-Snakes abre a possibilidade efetiva de extender a metodologia dual para 3D, via as T-Superfícies uma vez que não precisamos de correspondência entre os snaxels ou mesmo de um modelo de forma pré-estabelecido.

Do ponto de vista das T-Snakes, o Dual-T-Snakes trouxe efetivamente mais robustez quanto aos mínimos locais da energia de imagem pelo balanço da energia entre as snakes internas e externas e a noção de proximidade entre as curvas dada pela triangulação. Agora, o critério de parada baseado na proximidade (local) entre as snakes é um indicador mais seguro de que o mínimo global foi atingido. Para retirar uma T-Snake de um mínimo local podemos usar tanto força normal extra como aplicar o método de variação do limiar T proposto inicialmente nas T-Snakes (McInerney, 1997; McInerney & Terzopoulos, 1999).

Um derivado interessante do Dual-T-Snakes é a redução do espaço de busca, podendo assim ser utilizado para inicializar o Dual baseado em programação dinâmica, vencendo com isto a dificuldade com a inicialização deste último, discutida acima.

Apesar das vantagens citadas, o Dual-T-Snakes tem uma desvantagem clara com relação à inicialização, uma vez que precisamos de uma snake interna para cada objeto de interesse, além da snake externa envolvendo os mesmos. Se feito pelo usuário, este processo pode ser tedioso, principalmente se temos vários objetos de interesse. Além de evitar esta dificuldade inicial, um método para inicialização automática poderia também diminuir o custo computacional do Dual-T-Snakes.

A inicialização é de fato um ponto crucial para a eficiência de modelos deformáveis em geral.

Tendo em vista estas questões, nós desenvolvemos um novo método para inicializar modelos deformáveis em geral baseado em propriedades da topologia dos objetos de interesse e da escala espacial dos mesmos. O método tem como base os elementos das T-Snakes (Triangulação, Função Característica, e modelo discreto de snakes) e assim compõe com o Dual-T-Snakes uma metodologia unificada para segmentação e extração de bordas.

A filosofia do método segue de perto a idéia básica de alguns métodos não-paramétricos de multi-resolução usados em segmentação de imagens baseados em modelos de Pirâmides e Quadtrees (Burt *et al.* , 1981; Bamford & Lovell, n.d.; Jolion & Montanvert, 1992). Estes são estruturas de dados próprias para representar uma imagem em diferentes níveis de resolução.

A idéia básica destes métodos é que à medida que a resolução vai decrescendo pequenos artefatos no background tornam-se menos significantes em relação aos objetos de interesse. Assim, pode ser mais simples *detectar* os objetos no nível mais baixo para então fazer o tracking nos diferentes níveis de resolução.

Neste processo, é possível *delinear* as bordas em uma resolução mais baixa e reestimá-las quando aumentamos a resolução (Jolion & Montanvert, 1992; Bamford & Lovell, n.d.).

Nosso trabalho descrito em (Giraldi *et al.* , 2000e; Giraldi *et al.* , 2000a) usa uma metodologia que parte de uma resolução mais baixa, definida através de um conhecimento a priori da escala dos objetos. O método é adaptativo no sentido que a resolução somente é aumentada nas regiões onde for considerado necessário.

Para aumentar a resolução, nós simplesmente refinamos a malha mais grossa e amostramos a imagem sobre os nós correspondentes à nova malha. Assim, a estrutura subjacente tem a forma de um refinamento adaptativo (*local uniform nested refinement*) (Berger & Oliger, 1984). Um esquema semelhante foi explorado no contexto dos Métodos de Conjuntos de Níveis (Sethian, 1996). Contudo, nós não conhecemos referência de aplicação deste esquema para segmentação.

Uma limitação deste método de inicialização é a necessidade de uma *propriedade de escala local*. Esta propriedade basicamente garante que podemos reduzir a resolução da imagem sem mudar a topologia dos objetos. Contudo, existem situações onde os padrões de intensidade dos objetos de interesse não admitem tal propriedade.

Uma alternativa para estes casos seria definir um campo escalar sobre a imagem o qual caracterizasse melhor os objetos de interesse (ou suas bordas). Além disso, seria interessante que a definição deste novo campo pudesse aproveitar a intervenção do usuário na inicialização do Dual-T-Snakes.

Um método que vem ao encontro destas necessidades é o método das conexões fuzzy (*fuzzy connectedness*) (Udupa & Samarasekera, 1996).

Neste método, parte-se do argumento de que a noção de "objeto" em imagens digitais deve ser formalmente definida via conceitos *fuzzy* a fim de tratar a subjetividade inerente ao ato de *delinear* a borda de um objeto em uma cena (Udupa & Samarasekera, 1996; Herman & Carvalho, n.d.). O método é implementado através de um operador de afinidade que precisa de pontos sementes para ser definido. Estes pontos serão usados para definir as snakes internas inicializadas pelo usuário no Dual-T-Snakes.

O resultado do método das conexões fuzzy é um campo escalar que pode ser usado na definição dos objetos. Este campo será usado para determinar o sentido da força normal no Dual-T-Snakes. Temos assim uma perfeita simbiose entre o método de extração de bordas e o método de segmentação fuzzy, o que motivou a utilização deste último neste trabalho.

Nos capítulos seguintes, discutiremos com precisão as limitações apontadas inicialmente para em seguida apresentar os modelos alternativos de interesse para este trabalho chegando por fim ao Dual-T-Snakes. Daremos atenção especial aos modelo das T-snakes (McInerney, 1997) e ao modelo Dual (Gunn, 1996a), os quais constituem os pilares do nosso trabalho. O conceito de invariância também receberá particular atenção. O texto que segue está organizado da seguinte forma.

O Capítulo 2 apresenta uma caracterização de pontos de borda baseada em conceitos de geometria Riemanniana, a qual pode ser usada para imagens multivariadas (coloridas, por exemplo). Em seguida discutimos esta caracterização no contexto dos espaços de escala. O objetivo deste Capítulo é introduzir os elementos básicos envolvidos na definição da energia externa das snakes.

Partindo dos elementos introduzidos no Capítulo 2, apresentamos no Capítulo 3 o modelo original das snakes e sua generalização via Formulação Lagrangeana. São discutidos também aspectos numéricos do mesmo, bem como suas limitações básicas.

No capítulo 4 apresentamos os elementos matemáticos usados para resolver as limitações explicitadas no Capítulo 3: Programação Dinâmica, Invariância e Variedades Implícitas.

No Capítulo 5 faremos uso dos elementos discutidos até então para apresentar as os modelos alternativos de interesse.

Em seguida, apresentaremos no Capítulo 6 o Dual-T-Snakes, principal contribuição deste trabalho. O método para inicialização de modelos deformáveis que desenvolvemos é apresentado no Capítulos 8.

Reservamos o Capítulo 7 para discutir detalhes da implementação do Dual-T-Snakes. Nosso objetivo com isto é facilitar a discussão dos resultados experimentais feita no Capítulos 9. Finalizamos apresentando propostas para trabalhos futuros e conclusões no Capítulos 10.

Os Apêndices A, B, C e D são complementares deste trabalho e sua leitura não é pré-requisito para a compreensão do mesmo.

O Apêndice A desenvolve aspectos da programação dinâmica no contínuo completando assim a discussão da seção 4.1 que trata do tema apenas no caso discreto.

O Apêndice B desenvolve aspectos da Teoria de Invariância no contexto dos Grupos de Lie. Finalizamos este apêndice indicando possíveis direções para explorar a Teoria de Lie no contexto de modelos de snake envolvendo invariância por transformações, tais como (Ip & Shen, 1998).

O Apêndice C generaliza os conceitos algébricos da seção 4.2 para variedades de dimensão qualquer, estabelecendo assim a base teórica para a generalização do Dual-T-Snakes para 3D.

Os conceitos relativos à análise de convexidade do método de snakes são detalhados no Apêndice D, onde estendemos o estudo apresentado em (Davatzikos & Prince, 1999) para modelos dinâmicos de snakes. Os resultados apresentados são parte do nosso trabalho (Giraldi & Oliveira, 1999) e também constituem uma contribuição desta tese.

O método das conexões fuzzy é descrito no Apêndice E e sua conexão com o Dual-T-Snakes é desenvolvida.