Apêndice E

Método da Conexões Fuzzy

As imagens capturadas por instrumentos de aquisição (câmeras, tomógrafos, etc) possuem indefinições que dependem de fatores tais como limitações de resolução, tanto espacial quanto temporal, parâmetros físicos, e outras propriedades dos dispositivos. Isto implica que a definição dos objetos de interesse a partir de padrões de intensidade vai sofrer imprecisões gerando subjetividade.

Em decorrência disto, argumenta-se em (Udupa & Samarasekera, 1996) que a noção de *objeto* em uma imagem digital deve ser definida formalmente via conceitos *fuzzy*.

Dentre os métodos de segmentação baseados em conceitos desta teoria, o método das conexões fuzzy (Udupa & Samarasekera, 1996) é particularmente interessante para este trabalho, uma vez que este envolve a escolha inicial de pontos semente, os quais podem ser usados para inicializar o Dual-T-Snakes.

Outro aspecto interessante deste método é que seu resultado pode ser incorporado facilmente na definição da força normal do Dual-T-Snakes, constituindo-se assim em uma metodologia alternativa para nosso trabalho.

Este método já foi usado conjuntamente com modelos deformáveis (Jones & Metaxas, June, 1998). Vejamos seus elementos básicos.

E.1 Subconjuntos Fuzzy

Seja X um conjunto de referência (não vazio). Um *subconjunto fuzzy* A de X é um conjunto de pares ordenados dado por:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}, \tag{E.1}$$

onde:

$$\mu_A : X \longrightarrow [0,1], \tag{E.2}$$

é a função de inclusão (*membership function*) of A em X. Nós dizemos que A é não vazia se existir $x \in X$ tal que $\mu_A(x) \neq 0$. O subconjunto fuzzy vazio de X, denotado por Φ, satisfaz $\mu_\Phi(x) = 0$, para todo $x \in X$.

A *união* e *intersecção* entre dois subconjuntos fuzzy A e B de X é definida como segue:

$$A \cup B = \{(x, \mu_{A \cup B}(x)) \mid x \in X\}, \tag{E.3}$$

onde para todo $x \in X$, $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \}$.

$$A \cap B = \{(x, \mu_{A \cap B}(x)) \mid x \in X\}, \tag{E.4}$$

onde para todo $x \in X$, $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \}$.

Uma relação fuzzy ρ em X é um subconjunto fuzzy de $X \times X$ dado por:

$$\rho = \{((x, y), \mu_\rho(x, y)) \mid (x, y) \in X \times X\}$$

onde

$$\mu_\rho : X \times X \longrightarrow [0, 1]$$

Nós representaremos uma imagem digital *n-dimensional* por um par $\Omega = (C, f)$, onde C é um array n-dimensional de pares ordenados de inteiros e f é uma função que associa a cada pixel da cena um array *m-dimensional* de inteiros que correspondem à intensidade de imagem.

E.2 Método da Conexões Fuzzy

Este método foi proposto inicialmente em (Udupa & Samarasekera, 1996). Posteriormente foi entendido para admitir a possibilidade de segmentar um cena com vários objetos de interesse, gerando o método das conexões fuzzy multi-sementes, que será descrito nesta seção.

Este método parte de um conjunto de pontos sementes sobre a imagem e tem a vantagem de incorporar toda a informação da imagem em um único campo, denominado σ, podendo ser usado tanto para imagens em tons de cinza quanto para imagens multivariadas, tais como imagens coloridas e com textura (Jones & Metaxas, June, 1998).

A definição a seguir é fundamental.

Dado um inteiro positivo M e o domínio D da imagem I, uma M-semisegmentação de I é uma função que para cada $c \in D$ associa um vetor $\sigma^c = (\sigma_0^c, \sigma_1^c, ..., \sigma_M^c)$, tal que $\sigma_0^c \in [0,1]$; para todo valor de m nós temos $\sigma_m^c = 0$ ou σ_0^c, e $\sigma_0^c = \max\{\sigma_i^c; i = 1, ..., M\}$.

Para deixar esta definição mais clara para o contexto que nos interessa, vamos supor dois pontos sementes ($M = 2$) na imagem. Se estes pontos pertencem a diferentes objetos, digamos O_1 e O_2 o campo σ deve ser tal que $\sigma_1^c > 0$ e $\sigma_2^c = 0$ se $c \in O_1$ (analogamente para $c \in O_1$).

Assim, de acordo com a definição acima, nós definimos $\sigma_0^c = \max\{\sigma_i^c; i = 1, 2\}$. Se c pertence ao background a situação ideal seria $\sigma_1^c = \sigma_2^c = 0$. Na prática, contudo, precisamos usar um limiar para o campo σ_0 a fim de distinguir os objetos do background.

O método de conexões fuzzy multi-semente (*multiseed fuzzy connectedness)* é um método para calcular o campo σ. Iniciemos com o caso onde temos apenas um objeto de interesse.

Uma *afinidade fuzzy* em D é uma função $\psi : D^2 \to [0,1]$ que estima os pontos (pixels) da imagem mais prováveis de pertencer a objeto O de interesse.

Dado um par de pontos (c, d) chamamos o valor $\psi(c, d)$ de $\psi-$*intensidade do par* (c, d).

Chamamos uma *cadeia* em $U \subseteq D$ de $c^{(0)}$ até $c^{(K)}$ como sendo uma seqüência $\langle c^{(0)}, ..., c^{(K)} \rangle$ de pontos (pixels) em U. A $\psi-$*intensidade* da cadeia é dado por:

$$\psi - intensidade_{cadeia} = \min_{1 \leq k \leq K} \psi\left(c^{(k-1)}, c^{(k)}\right) \tag{E.5}$$

Se $K = 0$ então a $\psi-$*intensidade* da cadeia é definida como sendo 1.

Para segmentação de múltiplos objetos, nós devemos ter uma afinidade fuzzy para cada objeto, o que leva a um campo vetorial $\Psi = (\psi_1, ..., \psi_M)$ em D^2, onde cada componente ψ_i é uma função de afinidade fuzzy associada ao um objeto $O_i; i = 1, ..., M$ da cena.

Sejam $U \subseteq D$, $W \subseteq D$ e $c \in D$. Seja $\Lambda_{U,W,c}$ o conjunto das cadeias em U partindo de um pixel em W até c. Nós denotamos por $\mu_{i,U,W}(c)$ ao valor:

$$\mu_{i,U,W}(c) = \max_{(\langle d^{(0)}, ..., d^{(K)}} \psi - intensidade_{cadeia} \left\langle d^{(0)}, ..., d^{(K)} \right\rangle \in \Lambda_{U,W,c}. \tag{E.7}$$

Finalmente, o valor de $\sigma_i^c, i = 1, ..M$ é tal que

$$\sigma_i^c = \mu_{i,D,V_i}(c), \tag{E.8}$$

onde V_i contém os pontos sementes para o objeto O_i. Um método de programação dinâmica é usado para obter $\mu_{i,D,V_i}(c)$ (Udupa & Samarasekera, 1996), o qual se baseia no seguinte teorema:

Sejam $V_m \subset D$, $1 \leq m \leq M$, os conjuntos de pontos sementes, supostos não vazios. Então, existe uma única *M-semisegmentação* σ de D com a propriedade de que para cada $c \in D$, se para $1 \leq n \leq M$

$$\begin{aligned} s_n^c &= 1, \text{ se } c \in V_n, \\ s_n^c &= \max_{d \in V_n} \left(\min\left(\mu_{n,D,V_n}(d), \psi_n(d,c)\right)\right), \text{ caso contrário,} \end{aligned} \tag{E.9}$$

então para $1 \leq m \leq M$:

$$\begin{aligned} \sigma_m^c &= s_m^c, \text{ se } s_m^c \geq s_n^c \text{ para todo } 1 \leq n \leq M, \\ \sigma_m^c &= 0, \text{ caso contrário.} \end{aligned} \tag{E.10}$$

Na próxima seção apresentamos o algoritmo que implementa o método e procuramos esclarecer os conceitos acima.

E.3 Algoritmo

Na inicialização do algoritmo a ser apresentado, fazemos

$$\begin{aligned} \sigma_m^c &\leftarrow 1, \text{ se } c \in V_m, \text{ para algum } m, \\ \sigma_m^c &\leftarrow 0, \text{ caso contrário.} \end{aligned} \tag{E.11}$$

Definimos uma fila de prioridades dada por $H = V_1 \cup V_2 \cup ... \cup V_m$. Usamos também uma variável l para guardar durante toda a execução o maior $\psi_i - intensidade_{cadeia}$ para pontos na fila de prioridades H.

O coração do algoritmo é a expressão E.9.

A seguir apresentamos o pseudo-código correspondente.

for $c \in D$

do for $m \leftarrow 0$ *to* M

```
        do σ_m^c ← 0
H ← ∅
for m ← 1 to M
    do for c ∈ V_m
        do if σ_0^c = 0 then H ← H ∪ {c}
            σ_0^c ← σ_m^c ← 1
l ← 1
while l > 0
    for m ← 1 to M
        do remover um ponto d de V_m
            C ← {c ∈ D; σ_m^c < min(l, ψ_m(d, c))}
            while C ≠ ∅
                do remover um ponto c de C
                    t ← min(l, ψ_m(d, c))
                    if l = t and σ_m^c < l then V_m ← V_m ∪ {c}
                    if σ_0^c < t then
                        if σ_0^c = 0 then H ← H ∪ {c}
                        for n ← 1 to M
                            do σ_n^c ← 0
                    if σ_0^c ≤ t then σ_0^c ← σ_m^c ← t
while Chave_Maxima(H) = l
    Remover_Chave_Maxima(H)
l ← Chave_Maxima(H)
for m ← 1 to M
    V_m ← {c ∈ H; σ_m^c = l}
```

E.4 Dual-T-Snakes e Conexões Fuzzy

O método descrito acima fornece um pré-processamento da imagem. Seu resultado para imagens com ruídos pode ser útil para definir o sentido da força normal do Dual-T-Snakes como segue.

Sejam $F_{ij}(v_i)$ a força normal no snaxel i da snake $j = 0, 1, ..., M$, onde M é o número de objetos de interesse. De acordo com nossas definições do Capítulo 6, estaremos supondo $j = 0$ para a snake externa e $j \neq 0$ para as demais.

Então, uma vez calculado o campo σ segundo o algoritmo acima, podemos definir a força normal da seguinte forma:

$$F_{ij}(v_i) = Val_j(v_i)\, kn_i, \tag{E.12}$$

onde:

$$
\begin{aligned}
Val_j\left(v_i\right) &= 1 \text{ se } \sigma_j^{v_i} = \sigma_0^{v_i} > T_\sigma && \text{(E.13)}\\
Val\left(v_i\right) &= 0 \text{ caso contrário,} && \text{(E.14)}
\end{aligned}
$$

onde T_σ é um limiar para σ_0^c.

Do ponto de vista do Dual-T-Snakes, este procedimento é interessante pois os pontos sementes devem ser escolhidos pelo usuário em regiões com padrões de intensidade significativos, e assim são interessantes também para a inicialização das snakes internas.

E.5 Função de Afinidade

Uma possibilidade para a função de afinidade usada para imagens em tons de cinza é a seguinte:

$$
\begin{aligned}
\psi\left(c,d\right) &= \mu_\alpha\left(c,d\right)\left[\omega_1 g_1\left(I\left(c\right),I\left(d\right)\right)+\right.\\
&\quad \left.\omega_2 g_2\left(F\left(c\right),F\left(d\right)\right)\right], && \text{(E.15)}
\end{aligned}
$$

$$
g_1 = \exp\left\{-1/2\left[\left(1/2\right)\left(I\left(c\right)+I\left(d\right)\right)-m_{1i}\right]^2/\sigma_{1i}^2\right\}, \tag{E.16}
$$

$$
g_2 = \exp\left\{-1/2\left[\left|I\left(c\right)-I\left(d\right)\right|-m_{2i}\right]^2/\sigma_{2i}^2\right\}, \tag{E.17}
$$

onde I é a intensidade de imagem (em níveis de cinza neste caso), $\left(m_{1i},\sigma_{1i}\right),\left(m_{2i},\sigma_{2i}\right)$ são a intensidade média e desvio padrão da imagem e de seu gradiente em uma vizinhança em torno dos pontos sementes.

A função $\mu_\alpha\left(c,d\right)$ é tal que:

$$
\begin{aligned}
\mu_\alpha\left(c,d\right) &= 1,\ \text{se } \left|c-d\right| = 1, && \text{(E.18)}\\
\mu_\alpha\left(c,d\right) &= 0,\ \text{caso contrário.}
\end{aligned}
$$