

INTRODUÇÃO À ANÁLISE – FGV
LISTA V

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **05 de outubro de 2020**

Exercício 1. Suponha que A e B sejam dois conjuntos de números reais limitados superiormente, e que toda cota superior de A seja cota superior de B . Mostre que $\sup A \geq \sup B$.

Exercício 2. Sejam A e B dois conjuntos não vazios de \mathbb{R} limitados superiormente, e seja o conjunto $C = \{a + b : a \in A, b \in B\}$ formado pela soma dos elementos de A com os elementos de B . Mostre que $\sup C = \sup A + \sup B$.

Exercício 3. Seja $A \subset \mathbb{R}^n$ não vazio, e $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(\mathbf{x}) = \inf\{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| : \mathbf{y} \in A\}.$$

Mostre que f está bem definida. Construa entretanto um exemplo onde não exista $\mathbf{y} \in A$ tal que $f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$, para algum $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.