

INTRODUÇÃO À ANÁLISE – FGV  
LISTA III

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **24 de setembro de 2020**

*Exercício 1.* Mostre que a função  $\xi$  definida na demonstração do Teorema 3.1.7 é uma bijeção.

*Exercício 2.* Faça os detalhes da demonstração do Corolário 3.1.8. .

*Exercício 3.* Sejam  $A$  e  $B$  finitos. Construa uma bijeção entre  $\{1, 2, \dots, |A||B|\}$  e  $A \times B$ , onde  $|A|$  denota o número de elementos de  $A$  (o mesmo para  $|B|$  e  $B$ ).

*Exercício 4.* Sejam os conjuntos  $A$  infinito e  $B \neq \emptyset$  finito, e considere uma função  $f : A \rightarrow B$ . Mostre que existe  $b \in B$  tal que  $f^{-1}(\{b\})$  é infinito.

*Exercício 5.* Seja  $X \subseteq Y$ , onde  $Y$  é enumerável. Mostre que  $X$  é enumerável.

*Exercício 6.* Mostre que se  $f : X \rightarrow Y$  é injetiva e  $Y$  é enumerável, então  $X$  é enumerável.