

INTRODUÇÃO À ANÁLISE – FGV
LISTA I

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **10 de setembro de 2020**

Exercício 1. Mostre a regra de *De Morgan*, que diz que dados os conjuntos E_n , onde $n \in \mathbb{N}$, temos que

$$\mathcal{C}(\cup_{i \in \mathbb{N}} E_n) = \cap_{i \in \mathbb{N}} \mathcal{C}(E_n), \quad \mathcal{C}(\cap_{i \in \mathbb{N}} E_n) = \cup_{i \in \mathbb{N}} \mathcal{C}(E_n).$$

Exercício 2. Dado o conjunto $X \neq \emptyset$ e uma relação R em X , defina a relação inversa $R^{-1} = \{(y, x) \in X^2 : xRy\}$. Mostre que R é simétrica se e somente se $R = R^{-1}$.

Exercício 3. Mostre que a parte simétrica de uma relação reflexiva é reflexiva e simétrica, e que a parte assimétrica não é nem reflexiva nem simétrica.

Exercício 4. Dada $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sobrejetiva, considere as curvas de nível $c(t) = \{(x, y) : f(x, y) = t\}$. Mostre que $\{c(t) : t \in \mathbb{R}\}$ determina uma partição de \mathbb{R}^2 . Defina uma relação de equivalência baseada nesta partição.

Exercício 5. Seja X um conjunto e \succsim uma *preordenação* em X . Defina a relação \sim tal que $a \sim b$ se $a \succsim b$ e $b \succsim a$. Mostre que \sim é relação de equivalência.

Exercício 6. Seja $g : X \rightarrow Y$ sobrejetiva. Mostre que existe $f : Y \rightarrow X$ tal que $g \circ f(y) = y$ para todo $y \in Y$.