FGV EPGE
Análise Matemática I, 2026

Professor: Alexandre L. Madureira
TA: Nathan Machado

Lista 1

Data de entrega: até 27/01/2026 as 14h00
Podem entregar presencialmente na monitoria ou pelo email machadotnathan@gmail.com

EXERCÍCIO 1 (2.4) Seja $A \subseteq \mathbb{R}$ e as funções $f : A \to \mathbb{R}$ e $g : A \to \mathbb{R}$ sejam tais que os conjuntos $f(A)$ e $g(A)$ sejam limitados superiormente. Defina a função $f + g : A \to \mathbb{R}$ por $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$. Mostre que $\sup(f + g)(A) \leq \sup f(A) + \sup g(A)$. Dê um exemplo em que a desigualdade é estrita.

EXERCÍCIO 2 (2.9) Seja $A \subset \mathbb{R}^n$ não vazio, e $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(\mathbf{x}) = \inf\{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| : \mathbf{y} \in A\}.$$

Mostre que f está bem definida. Construa entretanto um exemplo onde não exista $\mathbf{y} \in A$ tal que $f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|$, para algum $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

EXERCÍCIO 3 (2.27) Mostre que se $A \subseteq \mathbb{R}$ e $B \subseteq \mathbb{R}$ são abertos em $\mathbb{R}$, então o conjunto $C = A \times B$ é aberto no $\mathbb{R}^2$.

EXERCÍCIO 4 (2.35) Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$, e denote por interior de A o conjunto A° de pontos interiores de A. Mostre que

(1) $(A^\circ)^\circ = A^\circ$

(2) $(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$

(3) Se $B \subseteq A$ e B é aberto, então $B \subseteq A^\circ$ (i.e. A° é o "maior" aberto contido em A)

EXERCÍCIO 5 (2.45) Mostre que um ponto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é ponto de acumulação de A se e somente se toda vizinhança aberta de $\mathbf{x}$ contém infinitos pontos de A.

EXERCÍCIO 6 (2.47) Sejam $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$, e $\mathbf{x}$ ponto de acumulação de $A \cap B$. Mostre que $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de A e de B.