

**ANÁLISE I – FGV**  
**PRIMEIRA LISTA**

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **19 de janeiro de 2024**

*Exercício 1.* Sejam  $A$  e  $B$  conjuntos enumeráveis. Mostre que o produto cartesiano  $A \times B$  é enumerável. Conclua assim que  $\mathbb{Z}$  enumerável implica em  $\mathbb{Q}$  enumerável.

*Exercício 2.* Usando indução, mostre que existe  $J \in \mathbb{N}$  tal que  $j^2 - 10j > 0$  para todo inteiro  $j > J$ .

*Exercício 3.* Sejam  $A$  e  $B$  finitos e disjuntos dois a dois. Mostre que  $A \cup B$  é finito. Generalize o resultado para um número finito de conjuntos.

*Exercício 4.* Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos não vazios de  $\mathbb{R}$  limitados superiormente, e seja o conjunto  $C = \{a + b : a \in A, b \in B\}$  formado pela soma dos elementos de  $A$  com os elementos de  $B$ . Mostre que  $\sup C = \sup A + \sup B$ .

*Exercício 5.* Mostre que se  $A \subseteq \mathbb{R}$  e  $B \subseteq \mathbb{R}$  são abertos em  $\mathbb{R}$ , então o conjunto  $C = A \times B$  é aberto no  $\mathbb{R}^2$ .

*Exercício 6.* Seja  $I \subseteq \mathbb{R}$  não vazio, fechado e limitado. Mostre que  $\sup I \in I$ .