ANÁLISE I – FGV
SEGUNDA LISTA

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **23 de janeiro de 2020**

Exercício 1. Suponha que A e B sejam dois conjuntos de números reais limitados superiormente, e que toda cota superior de A seja cota superior de B. Mostre que $\sup A \geq \sup B$.

Exercício 2. Seja $I \subseteq \mathbb{R}$ não vazio, fechado e limitado. Mostre que $\sup I \in I$.

Exercício 3. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Chamamos de *fecho de* A, e denotamos por $\bar{A}$, a interseção de todos os fechados que contenham A. Mostre que $\mathbf{x} \in \bar{A}$ se e somente se $\mathbf{x}$ é ponto de interior ou de fronteira da A.

Exercício 4. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Dizemos que $\mathbf{x}$ é *ponto aderente* a A se para todo $\epsilon > 0$ tem-se $B_\epsilon(\mathbf{x}) \cap A \neq \emptyset$. Mostre que o conjunto de pontos aderentes a A é dado por $\bar{A}$, o fecho de A.

Exercício 5. Mostre que um ponto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é ponto de acumulação de $A \subset \mathbb{R}^n$, e $\mathbf{a}_1, \dots \mathbf{a}_k \in A$, então $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de $A \backslash \{\mathbf{a}_1, \dots \mathbf{a}_k\}$.

Exercício 6. Mostre que se $F \neq \emptyset$ é fechado em $\mathbb{R}^n$, e $\inf\{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| : \mathbf{y} \in F\} = 0$, então $\mathbf{x} \in F$.