**ANÁLISE I – FGV**
**TERCEIRA LISTA**

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **01 de fevereiro de 2018**

*Exercício* 1. Sejam $A$, $B \subseteq \mathbb{R}^n$, e $\mathbf{x}$ ponto de acumulação de $A \cap B$. Mostre que $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de $A$ e de $B$.

*Exercício* 2. Mostre que se $F \neq \emptyset$ é fechado em $\mathbb{R}^n$, e $\inf\{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| : \mathbf{y} \in F\} = 0$, então $\mathbf{x} \in F$.

*Exercício* 3. Mostre sem usar o Teorema de Heine–Borel que $\{0, 1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots\}$ é compacto.

*Exercício* 4. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$ conjunto não limitado. Sem usar o Teorema de Heine–Borel, mostre que $A$ não é compacto.

*Exercício* 5. Sem usar o Teorema de Bolzano–Weiertrass no $\mathbb{R}^n$, mostre que se $K$ é compacto e $A \subseteq K$ é infinito, então existe pelo menos um ponto de acumulação de $A$. Obtenha como corolário o Teorema de Bolzano–Weiertrass. Este ponto de acumulação necessariamente pertence a $A$? Necessariamente pertence a $K$?

*Exercício* 6. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$ conjunto aberto com fronteira não vazia. Mostre, sem usar Heine-Borel, que $A$ não é compacto.