

**ANÁLISE I – FGV
PRIMEIRA LISTA**

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **18 de janeiro de 2018**

Exercício 1. Mostre por indução a desigualdade de Bernoulli: se $x > -1$, então $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Exercício 2. Mostre usando contradição que $\sqrt{2}$ não é racional.

Exercício 3. Sejam os conjuntos A infinito e $B \neq \emptyset$ finito, e considere uma função $f : A \rightarrow B$. Mostre que existe $b \in B$ tal que $f^{-1}(\{b\})$ é infinito.

Exercício 4. Considere o conjunto S em que cada elemento de S é uma sequência da forma (a_1, a_2, a_3, \dots) com $a_i \in \{0, 1\}$, i.e.,

$$S = \{(a_1, a_2, a_3, \dots) : a_i \in \{0, 1\}, i \in \mathbb{N}\}.$$

Decida se S é ou não enumerável, e prove sua afirmativa.

Exercício 5. Suponha que A e B sejam dois conjuntos de números reais limitados superiormente, e que toda cota superior de A seja cota superior de B . Mostre que $\sup A \geq \sup B$.

Exercício 6. Mostre que intervalos encaixantes não limitados podem ter interseção vazia.