ANÁLISE I – FGV
SEGUNDA LISTA

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **25 de janeiro de 2017**

Exercício 1. Mostre que se $A \subseteq \mathbb{R}$ e $B \subseteq \mathbb{R}$ são abertos em $\mathbb{R}$, então o conjunto $C = A \times B$ é aberto no $\mathbb{R}^2$.

Exercício 2. Seja $I \subseteq \mathbb{R}$ não vazio, fechado e limitado. Mostre que $\sup I \in I$.

Exercício 3. Apresente um exemplo para cada uma das situações abaixo:

(a) Um conjunto fechado, não vazio, e sem pontos de acumulação. Por que isto não contradiz o Teorema 2.3.9?

(b) Um conjunto não enumerável, tal que todo ponto dele é ponto de fronteira

(c) Um conjunto não fechado que seja união de fechados

Exercício 4. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Chamamos de *fecho de* A, e denotamos por $\bar{A}$, a interseção de todos os fechados que contenham A. Mostre que $\mathbf{x} \in \bar{A}$ se e somente se $\mathbf{x}$ é ponto de interior ou de fronteira da A.

Exercício 5. Mostre que um ponto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é ponto de acumulação de A se e somente se toda vizinhança aberta de $\mathbf{x}$ contém infinitos pontos de A.

Exercício 6. Seja $A_i \subseteq \mathbb{R}^n$ conjunto aberto para todo $i \in \mathbb{N}$. Decida se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas, e prove sua resposta:

(1) Se $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de $\cap_{i \in \mathbb{N}} A_i$, então $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de A_i para todo $i \in \mathbb{N}$.

(2) Se $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de $\cup_{i \in \mathbb{N}} A_i$, então $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de A_i para algum $i \in \mathbb{N}$.