ANÁLISE I – FGV
QUARTA LISTA

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **1 de março de 2012**

Exercício 1. Dê um exemplo de uma sequência (x_n) em $\mathbb{R}$ tal que toda subsequência convergente de (x_n) convirja para x, mas que (x_n) não seja convergente.

Exercício 2. Seja $\Omega \subset \mathbb{R}^n$. Mostre que as afirmativas abaixo são equivalentes.

(1) Ω é aberto em $\mathbb{R}^n$.

(2) Seja $\mathbf{x} \in \Omega$ e $(\mathbf{x}_k)$ contida em $\mathbb{R}^n$ com $\mathbf{x}_k \to \mathbf{x}$. Então existe K^* tal que

$$k \geq K^* \implies \mathbf{x}_k \in \Omega.$$

Exercício 3. Seja F um conjunto fechado em $\mathbb{R}^n$ não vazio, e seja $\mathbf{y} \notin F$. Mostre que existe $\mathbf{x}^* \in F$ tal que $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{y}\| = \inf\{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| : \mathbf{x} \in F\}$.

Exercício 4. Sejam (x_n) e (y_n) duas sequências de números reais, convergentes para x e y respectivamente, onde $x < y$. Mostre que existe um número natural N tal que $x_n < y_n$ para todo n maior que N.

Exercício 5. Seja (x_k) sequência monótona em $\mathbb{R}$, e suponha que (x_k) contenha subsequência convergente. Mostre que (x_k) converge.

Exercício 6. Seja $a > 0$ e $x_1 > 0$. Mostre que a sequência dada por $x_{n+1} = (a + x_n)^{1/2}$ converge.