ANÁLISE I – FGV
SEGUNDA LISTA

Prof. Alexandre Madureira
Data de entrega: **31 de janeiro de 2012**

Exercício 1. Mostre que se $A \subseteq \mathbb{R}$ e $B \subseteq \mathbb{R}$ são abertos em $\mathbb{R}$, então o conjunto $C = A \times B$ é aberto no $\mathbb{R}^2$.

Exercício 2. Seja $I \subseteq \mathbb{R}$ não vazio, fechado e limitado. Mostre que $\sup I \in I$.

Exercício 3. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Mostre que uma, e apenas uma das afirmativas abaixo é verdadeira:

(1) $\mathbf{x}$ é ponto interior de A
(2) $\mathbf{x}$ é ponto exterior de A
(3) $\mathbf{x}$ é ponto de fronteira de A

Exercício 4. Sejam A, $B \subseteq \mathbb{R}^n$, e $\mathbf{x}$ ponto de acumulação de $A \cap B$. Mostre que $\mathbf{x}$ é ponto de acumulação de A e de B.

Exercício 5. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Dizemos que $\mathbf{x}$ é *ponto aderente* a A se para todo $\epsilon > 0$ tem-se $B_\epsilon(\mathbf{x}) \cap A \neq \emptyset$. Mostre que o conjunto de pontos aderentes a A é dado por $\bar{A}$, o fecho de A (chamamos de *fecho de* A, e denotamos por $\bar{A}$, a interseção de todos os fechados que contenham A.).

Exercício 6. Dizemos que um conjunto aberto $A \subseteq \mathbb{R}^n$ é conexo se ele não é a união de dois conjuntos abertos disjuntos não vazios. Mostre que $\mathbb{R}$ é conexo.