ANÁLISE I – FGV
TERCEIRA LISTA

Prof. Alexandre Madureira
Data de entrega: **08 de fevereiro de 2011**

Exercício 1. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$ conjunto não limitado. Sem usar o Teorema de Heine–Borel, mostre que A não é compacto.

Exercício 2. Mostre, sem usar o Teorema de Heine–Borel, que se K é compacto e $F \subseteq K$ é fechado, então F é compacto.

Exercício 3. Sem usar o Teorema de Bolzano–Weiertrass no $\mathbb{R}^n$, mostre que se K é compacto e $A \subseteq K$ é infinito, então existe pelo menos um ponto de acumulação de A.

Exercício 4. Seja $(\mathbf{x}_k)$ sequência em $\mathbb{R}^n$ convergente para $\mathbf{x}$. Mostre que $\{\mathbf{x}_k : k \in \mathbb{N}\} \cup \{\mathbf{x}\}$ é compacto.

Exercício 5. Seja $(\mathbf{x}_k)$ sequência em $\mathbb{R}^n$ limitada, e tal que toda subsequência convergente converge para $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Mostre que $(\mathbf{x}_k)$ converge para $\mathbf{x}$.

Exercício 6. Seja $(\mathbf{x}_k)$ sequência de Cauchy contendo uma subsequência convergente para $\mathbf{x}$. Mostre que $(\mathbf{x}_k)$ converge para $\mathbf{x}$.