ANÁLISE I – FGV
TERCEIRA LISTA

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **5 de fevereiro de 2010**

Exercício 1. Seja $(\mathbf{x}_k)$ sequência em $\mathbb{R}^n$ convergente para $\mathbf{x}$. Mostre que $\{\mathbf{x}_k : k \in \mathbb{N}\} \cup \{\mathbf{x}\}$ é compacto.

Exercício 2. Seja $(\mathbf{x}_k)$ sequência em $\mathbb{R}^n$ limitada, e tal que toda subsequência convergente converge para $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Mostre que $(\mathbf{x}_k)$ converge para $\mathbf{x}$.

Exercício 3. Sejam $(\mathbf{x}_k)$ e $(\mathbf{y}_k)$ duas sequências de Cauchy em $\mathbb{R}^n$. Mostre que $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k\|$ converge.

Exercício 4. Demonstrar o seguinte resultado (pontos de fronteira):

Um ponto $\mathbf{x}$ é de fronteira de $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ se e somente se existe sequência em Ω e sequência em $C(\Omega)$, ambas convergentes para $\mathbf{x}$.

Exercício 5. Mostre que se $A \subset \mathbb{R}$ e $s = \sup A$, então existe sequência em A convergindo para s.