

**ANÁLISE I – FGV
PRIMEIRA LISTA**

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **26 de fevereiro de 2010**

Exercício 1. Mostre que $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\} \subsetneq \{x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0\}$.

Exercício 2. Sejam A e B dois conjuntos, e $C = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Mostre que $C = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ e que $C \cap A \cap B = \emptyset$.

Exercício 3. Mostre usando contradição que $\sqrt{2}$ não é racional.

Exercício 4. Para $i \in \mathbb{N}$, seja A_i conjunto infinito enumerável. Mostre que o produto cartesiano infinito $\prod_{i=1}^{\infty} A_i$ não é enumerável.

Exercício 5. Seja $A \subset \mathbb{R}$ e as funções $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ sejam tais que os conjuntos $f(A)$ e $g(A)$ sejam limitados superiormente. Defina a função $f + g : A \rightarrow \mathbb{R}$ por $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$. Mostre que $\sup(f + g)(A) \leq \sup f(A) + \sup g(A)$. Dê um exemplo em que a desigualdade é estrita.