

**ANÁLISE – LNCC  
TERCEIRA LISTA**

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **02 de agosto de 2011**

*Exercício 1.* Seja  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  conjunto não limitado. Sem usar o Teorema de Heine–Borel, mostre que  $A$  não é compacto.

*Exercício 2.* Mostre, sem usar o Teorema de Heine–Borel, que se  $K$  é compacto e  $F \subseteq K$  é fechado, então  $F$  é compacto.

*Exercício 3.* Sem usar o Teorema de Bolzano–Weiertrass no  $\mathbb{R}^n$ , mostre que se  $K$  é compacto e  $A \subseteq K$  é infinito, então existe pelo menos um ponto de acumulação de  $A$ .

*Exercício 4.* Seja  $(\mathbf{x}_k)$  sequência em  $\mathbb{R}^n$  convergente para  $\mathbf{x}$ . Mostre que  $\{\mathbf{x}_k : k \in \mathbb{N}\} \cup \{\mathbf{x}\}$  é compacto.

*Exercício 5.* Seja  $(\mathbf{x}_k)$  sequência em  $\mathbb{R}^n$  limitada, e tal que toda subsequência convergente converge para  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ . Mostre que  $(\mathbf{x}_k)$  converge para  $\mathbf{x}$ .

*Exercício 6.* Seja  $(\mathbf{x}_k)$  sequência de Cauchy contendo uma subsequência convergente para  $\mathbf{x}$ . Mostre que  $(\mathbf{x}_k)$  converge para  $\mathbf{x}$ .