ÁLGEBRA LINEAR – LNCC
SEGUNDA PROVA

Prof. Alexandre Madureira

Data: **5 de junho de 2003** Tempo de prova: **2 horas**

Valor total da prova: 10 pontos (0.5 pontos de bônus).

1- (1.5 pontos) Dizemos que duas matrizes A, $B \in \mathbb{C}^{n\times n}$ são similares se existe um matriz $P \in \mathbb{C}^{n\times n}$ tal que $A = P^{-1}BP$. Mostre que matrizes similares têm os mesmos autovalores.

2- (1.5 pontos) Sejam A, $B \in \mathbb{C}^{n\times n}$ duas matrizes diagonalizáveis com os mesmos autovetores. Mostre que $AB = BA$.

3- (1.5 pontos) Seja $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ uma matriz simétrica. Mostre que autovetores correspondentes a autovalores distintos são ortogonais.

4- (1.5 pontos) Mostre que todo autovalor de matrizes unitárias têm norma 1.

5- (1.5 pontos) Seja $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ uma matriz positiva definida. Calcule seu posto.

6- (1.5 pontos) Suponha que A seja matriz real simétrica 3×3 com autovalores 0, 1, 2.

(1) Quais propriedades podem ser garantidas para os autovetores, de norma um, u, v, w?
(2) descreva o núcleo e o espaço coluna de A.
(3) Sob que condições o sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tem pelo menos uma solução?
(4) Se existe solução para o sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, essa solução é única?
(5) Se u, v, w formam as colunas de uma matriz S, o que é S^{-1}? E o que é $S^{-1}AS$

7- (1.5 pontos) Dê exemplo de

(1) uma matriz diagonalizável com autovalores com multiplicidade maior que 1.
(2) uma matriz *não* diagonalizável com autovalores com multiplicidade maior que 1.
(3) uma matriz diagonalizável e não invertível.
(4) uma matriz com todos autovalores iguais a 0.
(5) matriz com mais de um autovetor, e que não tenha dois autovetores ortogonais.
(6) uma matriz positiva definida.