

**ÁLGEBRA LINEAR – LNCC
SEGUNDA PROVA**

Prof. Alexandre Madureira

Data: **3 de junho de 2002**

Tempo de prova: **2 horas**

- 1- Mostre que se A é uma matriz $n \times n$, com autovalores $\lambda_1, \dots, \lambda_n$, então $\det A = \lambda_1 \dots \lambda_n$.

- 2- Mostre que se λ é autovalor de A , então λ^k é autovalor de A^k . Mostre também que λ^{-1} é autovalor de A^{-1} .

- 3- Mostre que se uma matriz real de dimensão n é positiva definida, então seus autovalores são positivos.

- 4- Ache os autovalores e autovetores de

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 1 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}.$$

Que propriedade dos autovetores você esperava encontrar, e é correta?

- 5- Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, e dê um contra-exemplo caso elas sejam falsas:
 - a) Toda matriz invertível pode ser diagonalizada.
 - b) Toda matriz diagonalizável pode ser invertida.
 - c) Permutando-se as linhas de uma matriz 2×2 , os autovalores são os mesmos, mas com os sinais trocados.
 - d) Se, a dois autovalores distintos de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ qualquer, temos associados dois autovetores \mathbf{x} e \mathbf{y} , então \mathbf{x} é ortogonal a \mathbf{y} .