PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-032 Sistemas Lineares 4P21 – **Sétima Lista de Exercícios**

Notação: $t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ (vetor de estados)

$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ (vetor de entrada)

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ (vetor de saída)

n: ordem do sistema

EXERCÍCIO 1

Considere o SLIT SISO causal a tempo contínuo representado pelo diagrama de fluxo mostrado na **Figura 1,** onde os parâmetros $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2,$ e b_3 são reais não-nulos e s^{-1} representa o operador integrador temporal.

a) Determine as matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ de uma representação em espaço de estados (REE) do sistema.

b) Encontre a função de transferência e a EDO que representam o SLIT.

Para $a_1 = 2, a_2 = -5, a_3 = -6, b_1 = 1, b_2 = 2$ e $b_3 = -8$

c) Determine os polos do SLIT implementado com a REE do item (a). Determine os polos de $H(s)$. O SLIT é assintoticamente estável? O SLIT é BIBO-estável?

d) Obtenha expressões algébricas para os elementos da matriz de transição de estados $\Phi(t,0)$ da solução da equação de estados da REE do SLIT

e) O SLIT é diagonalizável? Caso seja, obtenha as matrizes $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{D}}$ de uma REE2 da implementação desacoplada do SLIT.

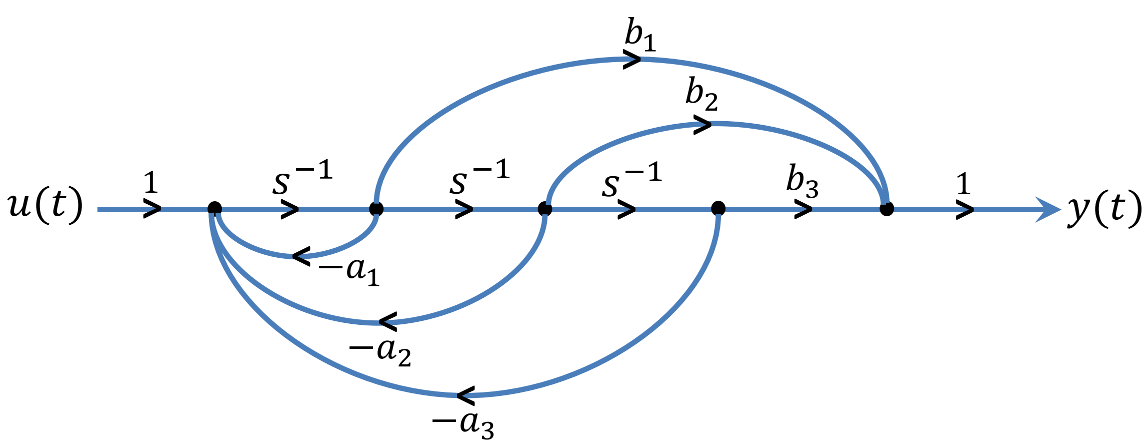

Figura 1. Diagrama de blocos do sistema SISO do Exercício 1.

EXERCÍCIO 2

Considere o SLIT MIMO causal, a tempo contínuo, com REE dada pelas matrizes $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ abaixo especificadas, onde $\lambda \in \mathbb{C}$ e b é real finito não-nulo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

a) Desenhe um diagrama de fluxo de uma implementação do SLIT MIMO que corresponda à REE dada.
b) Obtenha expressões algébricas explicitas para cada elemento da matriz de transição de estados $\Phi(t, t_0)$.
c) Discuta a estabilidade assintótica do SLIT em relação ao parâmetro λ.
d) O SLIT é marginalmente estável para $\lambda = j$, com $j = \sqrt{-1}$?
e) A forma que o SLIT está implementado é canônica?
f) O SLIT é diagonalizável?
g) Proponha uma outra implementação e REE correspondente para o SLIT MIMO, de modo que a matriz $\widehat{\mathbf{A}}$ da nova REE não esteja na forma normal de Jordan.
h) Encontre os pontos de equilíbrio do SLIT homogêneo quando $\lambda = 0$.

EXERCÍCIO 3

Seja $\Phi(t, t_0)$ a matriz de transição de estados do SLVT MIMO homogêneo com equação de estado $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t)$, para um estado inicial não-nulo $\mathbf{x}(t_0)$.

a) Mostre que $\Phi(t, t_0) = \Phi(t, t_1)\Phi(t_1, t_0)$, para $t_0 < t_1 < t$.
b) Mostre que $\Phi^{-1}(t, t_0) = \Phi(t_0, t)$.

EXERCÍCIO 4

Encontre expressões algébricas para os elementos da matriz de transição de estados $\Phi(t, t_0)$ dos SLVTs homogêneos abaixo.

a) $\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$, para $\mathbf{x}(t_0) \neq 0$

b) $\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & e^{2t} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$, para $\mathbf{x}(0) \neq 0$