SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM INSTABILIDADE E TRANSIÇÃO

SUMÁRIO

Formulação Parabólica

- Aplicação - controle de camada limite

Simulação Direta

- Formulação Vorticidade-Velocidade
- Derivadas Compactas de Alta Ordem

REDUÇÃO DE ARRASTO ATRAVÉS DE CONTROLE DE CAMADA LIMITE

- **45% do arrasto total** em uma aeronave subsônica é devido ao atrito viscoso.
- O atrito viscoso laminar pode ser **90% menor** do que o turbulento
- O controle de camada limite visa **retardar a transição** para escoamento turbulento.
  - Controle ativo - sucção, micro-atuadores.
  - Controle passivo - micro-rugosidade, minimização de gradientes de pressão adversos.

CONTROLE POR SUCÇÃO DA CAMADA LIMITE

- Inicialmente aplicava-se **sucção uniforme**.
  - Custo elevado,
  - Necessário grande quantidade de energia,
  - Dificuldade operacional.
  - A sucção uniforme não leva em conta a **estrutura da camada limite**.
  - É desnecessário succionar ao longo de toda a superfície aerodinâmica.

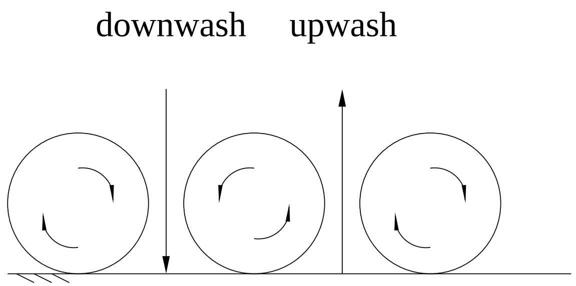
CONTROLE POR SUCÇÃO DA CAMADA LIMITE

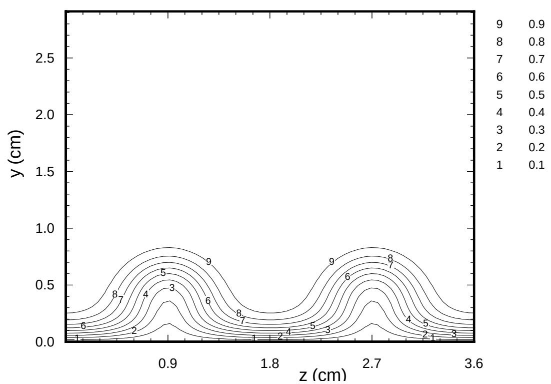
- Aplicação de **sucção localizada.**
  - Leva em conta a estrutura da camada limite.
  - Atua nas regiões de maiores taxas de amplificação ou mais suceptíveis a instabilidade secundária.
  - Atua numa região restrita, visando atenuar a instabilidade.
  - Não elimina totalmente a região de transição.
  - Menor consumo de energia.

ANÁLISE DA ESTRUTURA DA CAMADA LIMITE

- Transição laminar/turbulento
  Normalmente associada ao **aparecimento de vórtices longitudinais** que se degeneram em vórtices “Hair Pin” ou “Horse Shoe”.

ESTRUTURA DE VÓRTICES LONGITUDINAIS



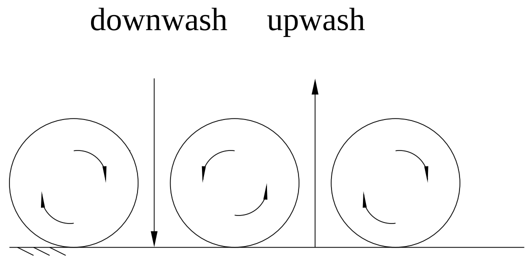


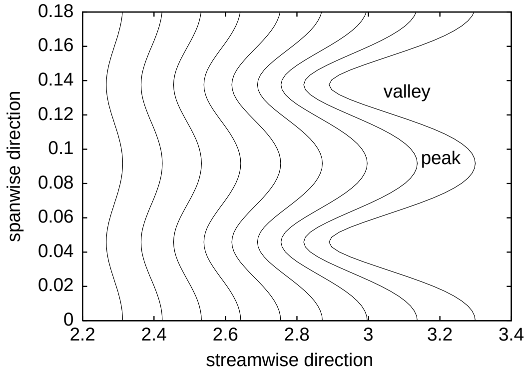
- Redistribuição de massa que provoca variação periódica na direção transversal.

- Formação de perfis de velocidade inflexionais nas direções normal e transversal.

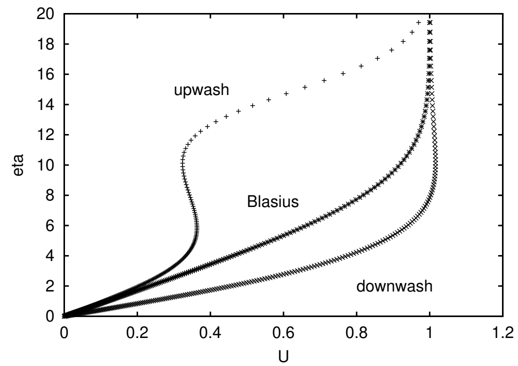
- Esses perfis inflexionais são susceptíveis a instabilidade invíscida de alta freqüência com taxa de amplificação proporcional ao gradiente.

ESTRUTURA DE VÓRTICES LONGITUDINAIS



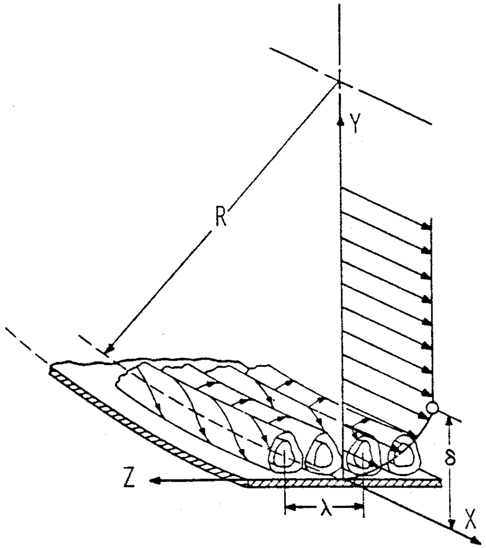


Distribuição de velocidades u(x,z).



Distribuição de velocidades u(y).

VÓRTICES DE GÖRTLER
SOBRE SUPERFÍCIES CONCAVAS

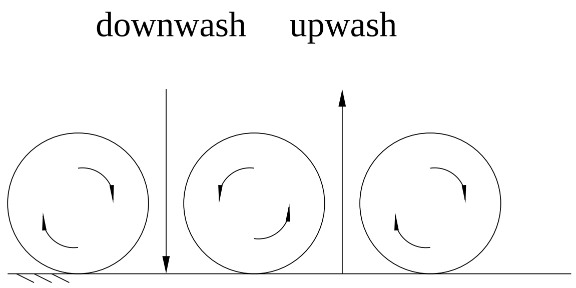


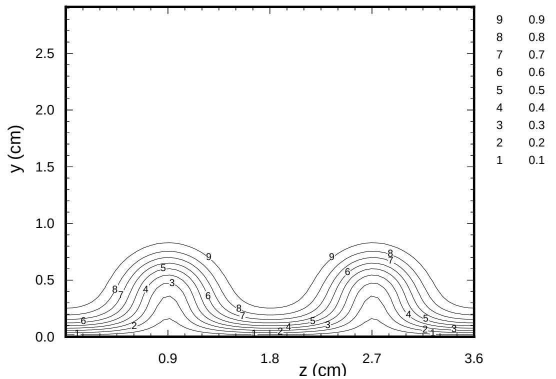
- Utilizado como **modelo simplificado** de vórtices longitudinais

- Controle de vórtices de Görtler:

  sucção uniforme (Floryan e Saric).
  - Sucção tem efeito estabilizador.
  - Injeção tem efeito desestabilizador.

CONTROLE DE VÓRTICES DE GÖRTLER





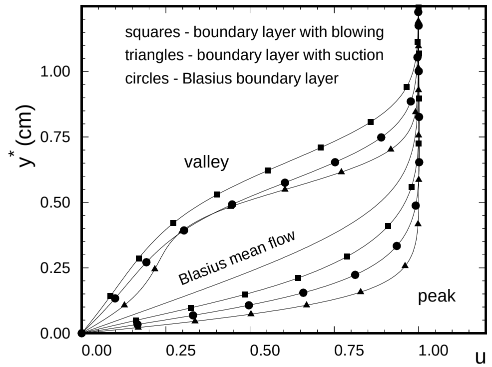
- Pode-se utilizar **sucção localizada**
  - numa extensão longitudinal finita ou
  - sucção sob a região de ‘upwash’ (Myose e Blackwelder).

- Utilizando-se sucção localizada a taxa de sucção necessária é mais alta.

CONSEQÜÊNCIA DE SUCÇÃO LOCALIZADA COM TAXA DE SUCÇÃO ELEVADA

Pode resultar em antecipação da transição devido a instabilidade secundária como conseqüência de:

- Perfis de velocidade com pontos de inflecção mais acentuados.
- Duplicação do número de onda na direção transversal.



Perfis de velocidade para sucção uniforme (Mendonça e Carneiro).

CONSEQÜÊNCIA DE SUCÇÃO LOCALIZADA COM TAXA DE SUCÇÃO ELEVADA

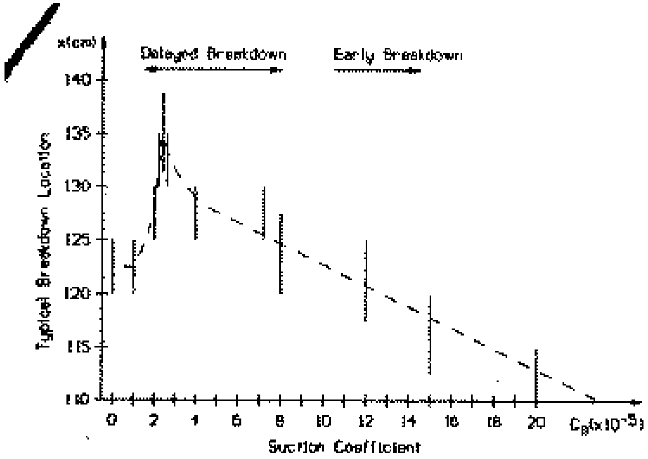


Fig. 5 Typical breakdown location as a function of suction coefficient.

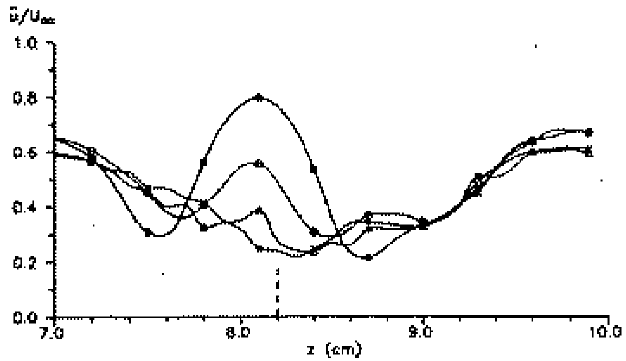
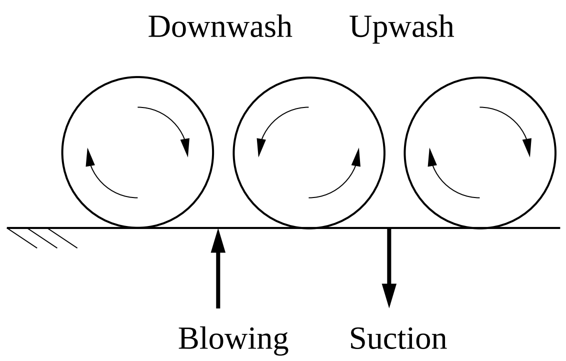


Fig. 6 Time-averaged velocity profile in the spanwise direction at x = 80 cm, y = 0.2 cm, pointwise suction is applied at x = 40 cm, z = 8.2 cm (indicated by the dashed lines); ×, no suction, △ $C_S = 2.4 \times 10^{-5}$, ○ $C_S = 7.2 \times 10^{-5}$, and ● $C_S = 20 \times 10^{-5}$.

Variação do ponto de transição devido à sucção.

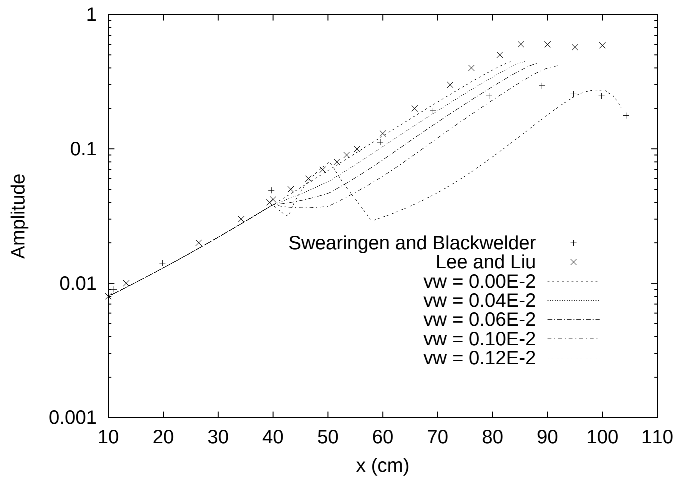
distribuição de velocidades u(z). (Myose e Blackwelder)

CONTROLE DE VÓRTICES DE GÖRTLER COM SUCÇÃO E INJEÇÃO DE MASSA LOCALIZADOS



Deseja-se obter perfis de velocidade mais uniformes na direção transversal.

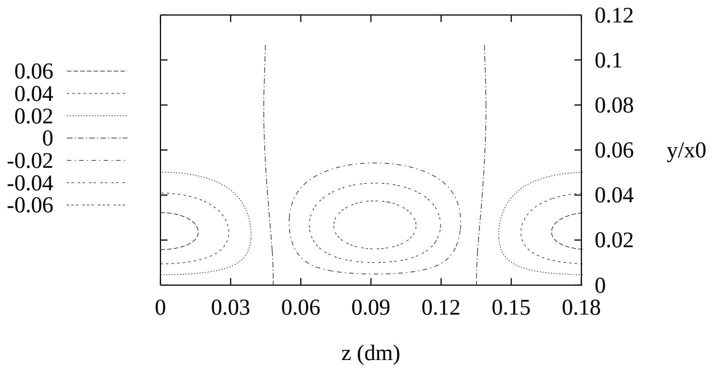
ESTUDO NUMÉRICO DE CONTROLE POR SUCÇÃO MODELO PARABÓLICO (PSE)



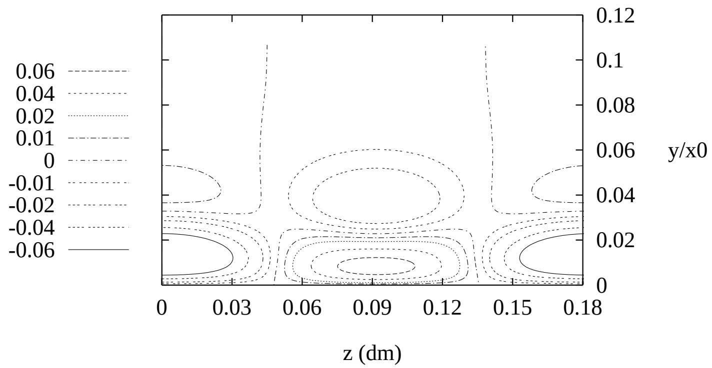
Variação da amplitude dos vórtices para diferentes taxas de sucção.
Sucção na região $40\text{cm} < x < 50\text{cm}$.

PERTURBAÇÕES DE VELOCIDADE LONGITUDINAL

Plano Transversal (y,z)



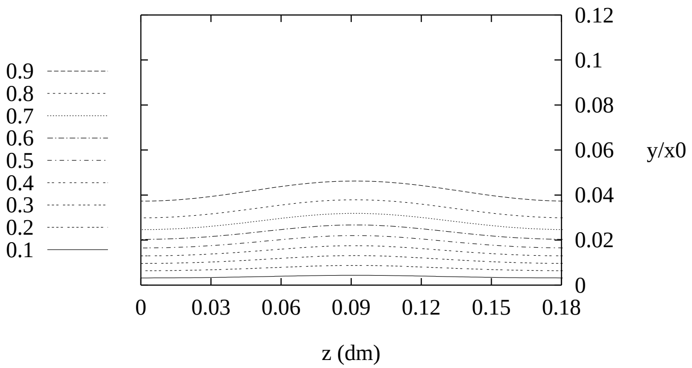
$x = 50$ cm, $v_w = 0.0$.

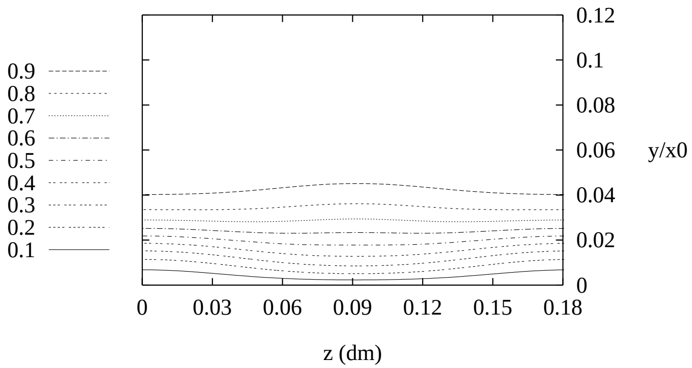


$x = 50$ cm, $v_w = 0.12$.

DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE LONGITUDINAL

Plano Transversal (y,z)



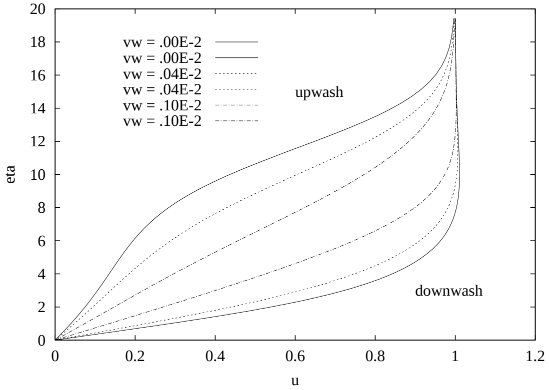


$x = 50$ cm, $v_w = 0.0$.

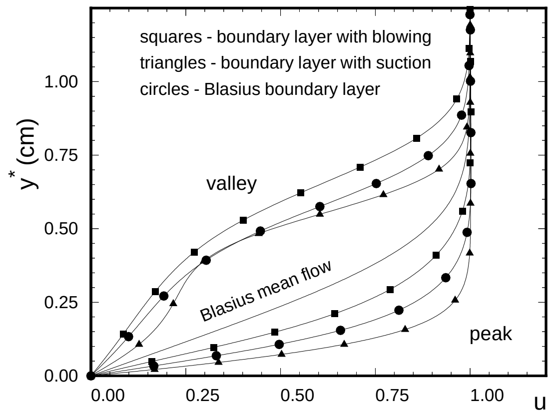
$x = 50$ cm, $v_w = 0.12$.

DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE u(y)

Comparação entre sucção e injeção de massa e sucção uniforme.

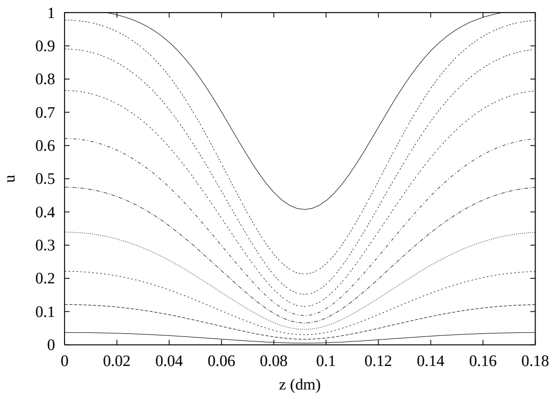


Perfis de velocidades para diferentes taxas de sucção e injeção de massa. Posição longitudinal $x = 80cm$.

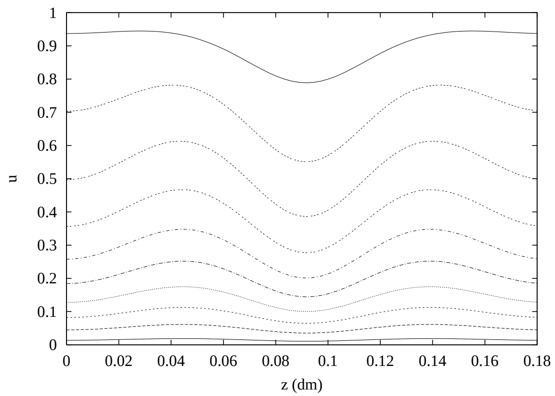


Perfis de velocidade para sucção uniforme.

DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADE u(z)



$v_w = 0.0$, $x = 80$ cm



$v_w = 0.12$, $x = 80$ cm

Perfis de velocidade para diferentes distâncias da parede.

EQUAÇÕES DE ESTABILIDADE PARABOLIZADAS - PSE

- Formulação não linear e não paralela.
- Hipôteses:

  H1 - Propriedades variam lentamente na direção longitudinal,

  H2 - Instabilidade do tipo convectiva.
- As equações resultantes são parabólicas.

EQUAÇÕES DE ESTABILIDADE PARABOLIZADAS

Problema linear

$$\Phi'(x, y, z, t) = \Phi(x, y) \exp \left[\int_{x_0}^{x} (\gamma(\xi) + i\alpha(\xi)) d\xi + i\beta z - i\omega t \right] + cc.$$

Problema não linear

$$\Phi' = \sum_{n=-N}^{N} \sum_{m=-M}^{M} \Phi_{n,m}(x, y) \exp \left[\int_{x_0}^{x} (\gamma_{n,m}(\xi) + in\alpha(\xi)) d\xi + im\beta z - in\omega t \right].$$

$$\Phi' = \left[u', v', w', p' \right]^T$$

PSE - EQUAÇÕES RESULTANTES

$$\overline{A}_{n,m}\Phi_{n,m} + \overline{B}_{n,m}\frac{\partial \Phi_{n,m}}{\partial \phi} + \overline{C}_{n,m}\frac{\partial \Phi_{n,m}}{\partial \hat{\psi}} + \overline{D}_{n,m}\frac{\partial^2 \Phi_{n,m}}{\partial \hat{\psi}^2} = \frac{\overline{E}_{n,m}}{e^{\left(\int_{\phi_0}^{\phi} a_{n,m}(\xi)d\xi\right)}}.$$

$$\text{CC}: \qquad u_{n,m} = v_{n,m} = w_{n,m} = 0 \qquad \text{para} \qquad y = 0,$$

$$u_{n,m},\ v_{n,m},\ w_{n,m},\ \to\ 0 \qquad \text{para} \qquad y \to \infty.$$

CONDIÇÃO DE NORMALIZAÇÃO

$$u'(x,y,z,t) = \tilde{u}(x,y) \exp\left[\int_{x_0}^{x} a(\xi)d\xi + i\beta z - i\omega t\right],$$

Tanto $\tilde{u}$ quanto $a = \gamma + i\alpha$ são funções de x.

É necessário definir como distribuir a variação de amplitude entre esses dois termos.

A hipótese H1 é utilizada para garantir que variações bruscas de $\tilde{u}$ serão evitadas.

CONDIÇÃO DE NORMALIZAÇÃO

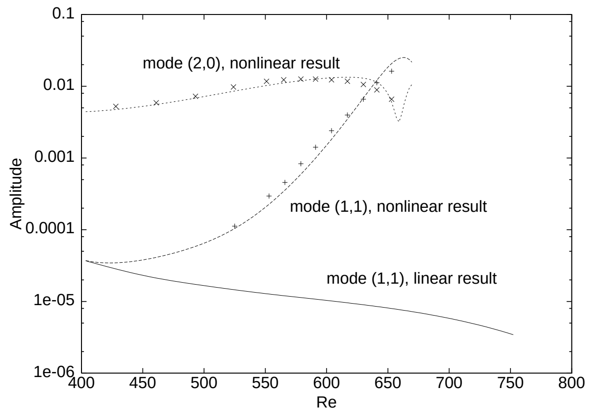
Para tanto uma condição auxiliar ou condição de normalização é utilizada.

$$\frac{\partial \tilde{u}(x, y_{max})}{\partial x} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \int_0^\infty \left(\tilde{u}_{n,m}^{\dagger} \cdot \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right) dy = 0$$

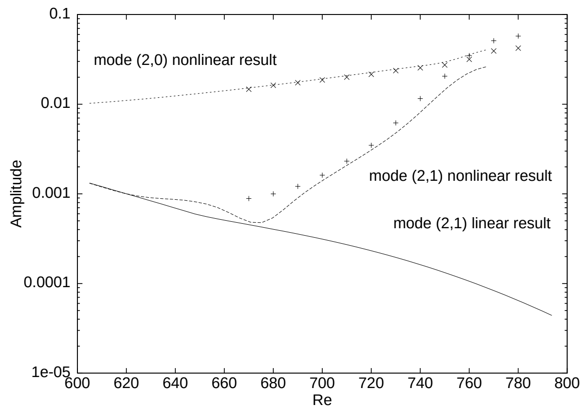
A condição de normalização transfere variações grandes em $\tilde{u}$ na direção longitudinal para o termo exponencial $a(x)$.

$$a_{k+1} = a_k + b \qquad \text{onde :} \quad b = \frac{1}{\int_0^\infty \|\tilde{u}\|^2} \int_0^\infty \left(\tilde{u}^{\,\dagger} \cdot \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right) dy.$$

COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS



Resonância subharmônica.



Resonância fundamental.

SIMULAÇÃO DIRETA DAS EQ. DE NAVIER-STOKES FORMULAÇÃO VORTICIDADE VELOCIDADE

Equação de transporte de vorticidade

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}\right).$$

Equações de Poison para a velocidade

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \qquad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{\partial \zeta}{\partial x}.$$

SOLUÇÃO POR DIFERÊNÇAS FINITAS COMPACTAS DE ALTA ORDEM

- Marcha no tempo com um esquema de Runge Kutta de quarta ordem.
- Discretização espacial com diferênças finitas compactas de alta ordem (sexta).
- Solução da equação de Poisson também com diferenças finitas compactas por SOR e Multigrid.
- Vorticidade na parede avaliada com esquemas de sexta ordem.

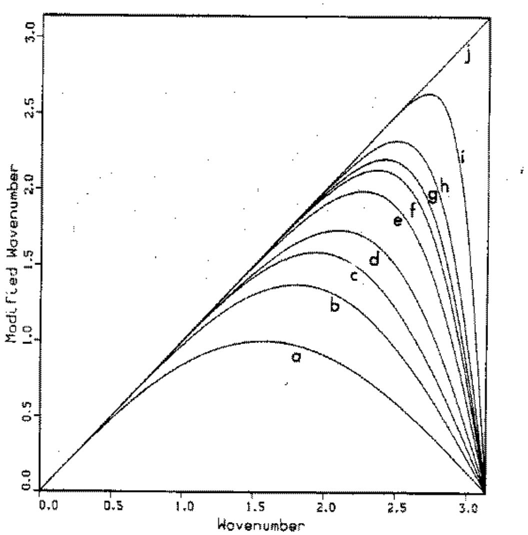
DIFERÊNÇAS FINITAS COMPACTAS DE ALTA ORDEM

Vantagens:

- maior número de comprimentos de onda resolvidos, menor erro de dispersão.
- Maior precisão do que esquemas não compactos de mesma ordem.
- Menor anisotropia.

DIFERÊNÇAS FINITAS COMPACTAS DE ALTA ORDEM

Análise de Fourier do erro associado à esquemas de diferenças finitas. Modificação do número de onda.



a. 2^a ordem, centrado.
b. 4^a ordem, centrado.
c. 6^a ordem, centrado.
d. Pade standard
e. 6^a ordem, tridiagonal.
f. 8^a ordem, tridiagonal.
g. 8^a ordem, pentadiagonal.
h. 10^a ordem, pentadiagonal.
i. 'spectral-like', pentadiagonal.
j. Diferenciação exata.

Derivadas de primeira ordem - pontos internos

não compacto:

$$u'_i = \frac{1}{720h}(-12u_{i-3} + 108u_{i-2} - 540u_{i-1} + 540u_{i+1} - 108u_{i+2} + 12u_{i+3}) - \frac{1}{140}h^6 + HOT$$

compacto Lele (implementado):

$$u'_{i-1} + 3u'_i + u'_{i+1} = \frac{1}{12h}(-u_{i-2} - 28u_{i-1} + 28u_{i+1} + u_{i+2}) + \frac{1}{210}h^6 + HOT$$

Derivadas de primeira ordem - pontos vizinhos à parede

não compacto:

$$u_2' = \frac{1}{720h}(-120u_1 - 924u_2 + 1800u_3 - 1200u_4 + 600u_5 - 180u_6 + 24u_7) - \frac{1}{42}h^6 + HOT$$

compacto (Lele):

$$u_1' + 4u_2' + u_3' = \frac{3}{h}(u_3 - u_1) - \frac{1}{60}h^4 + HOT$$

compacto (implementado):

$$u_1' + 6u_2' + 2u_3' = \frac{1}{120h}(-406u_1 - 300u_2 + 760u_3 - 80u_4 + 30u_5 - 4u_6) - \frac{1}{70}h^6 + HOT$$

Derivadas de primeira ordem - pontos na parede

não compacto (implementado):

$$u_1' = \frac{1}{720h}(-1764u_1 + 4320u_2 - 5400u_3 + 4800u_4 - 2700u_5 + 864u_6 - 120u_7) - \frac{1}{7}h^6 + HOT$$

compacto (Lele):

$$u_1' + 2u_2' = \frac{1}{2h}(-5u_1 + 4u_2 + u_3) + \frac{13}{60}h^3 + HOT$$

RESUMO - PRIMEIRA DERIVADA

Tabela Comparativa – Erro de Truncamento			
	Lele	Utilizado	Explícito
Parede	$\frac{13}{60}h^3$	$\frac{1}{7}h^6$	$\frac{1}{7}h^6$
vizinho à parede	$-\frac{1}{60}h^4$	$-\frac{1}{70}h^6$	$-\frac{1}{42}h^6$
interior	$\frac{1}{210}h^6$	$\frac{1}{210}h^6$	$\frac{1}{140}h^6$

Derivadas de segunda ordem - pontos internos

não compacto:

$$u_i'' = \frac{1}{2520h^2}(28u_{i-3} - 378u_{i-2} + 3780u_{i-1} - 6860u_i + 3780u_{i+1} -$$

$$378u_{i+2} + 28u_{i+3}) + \frac{1}{560}h^6 + HOT$$

compacto Lele (implementado):

$$2u_{i-1}'' + 11u_i'' + 2u_{i+1}'' = \frac{1}{4h^2}(3u_{i-2} + 48u_{i-1} - 102u_i + 48u_{i+1} + 3u_{i+2}) - \frac{1}{560}h^6 + HOT$$

Derivadas de segunda ordem - pontos na parede

não compacto (implementado):

$$u_1'' = \frac{1}{2520h^2}(13132u_1 - 56196u_2 + 110754u_3 - 132860u_4 + 103320u_5 -$$

$$50652u_6 + 14266u_7 - 1764u_8) + \frac{363}{560}h^6 + HOT$$

compacto (Lele):

$$u_1'' + 11u_2'' = \frac{1}{h^2}(13u_1 - 27u_2 + 15u_3 - u_4) + h^3 + HOT$$

Derivadas de segunda ordem - pontos vizinhos à parede

não compacto:

$$u_2'' = \frac{1}{2520h^2}(1764u_1 - 980u_2 - 6804u_3 + 11970u_4 - 9380u_5$$

$$+4536u_6 - 1270u_7 + 154u_8) - \frac{29}{560}h^6 + HOT$$

compacto (Lele):

$$u_1'' + 10u_2'' + u_3'' = \frac{1}{h^2}(12u_1 - 24u_2 + 12u_3) + \frac{1}{10}h^3 + HOT$$

compacto (implementado):

$$u_1'' + 12u_2'' + 3u_3'' = \frac{1}{360h^2}(4834u_1 - 8425u_2 + 1890u_3$$

$$+2320u_4 - 810u_5 + 216u_6 - 26u_7) - \frac{257}{5040}h^6 + HOT$$

RESUMO - SEGUNDA DERIVADA

Tabela Comparativa – Erro de Truncamento			
	Lele	Utilizado	Explícito
Parede	h^3	$\frac{363}{560}h^6$	$\frac{363}{560}h^6$
vizinho à parede	$\frac{1}{10}h^3$	$-\frac{257}{5040}h^6$	$-\frac{29}{560}h^6$
interior	$-\frac{1}{560}h^6$	$-\frac{1}{560}h^6$	$\frac{1}{560}h^6$