



# Sociedade de Engenharia de Áudio

## Artigo de Convenção

Apresentado na VIII Convenção Nacional  
7 - 9 de Junho de 2004, São Paulo, SP, Brasil

*Este artigo foi reproduzido do original entregue pelo autor, sem edições, correções e considerações feitas pelo comitê técnico deste evento. Outros artigos podem ser adquiridos através da Audio Engineering Society, 60 East 42nd Street, New York, New York 10165-2520, USA, [www.aes.org](http://www.aes.org). Informações sobre a seção brasileira podem ser obtidas em [www.aesbrasil.org](http://www.aesbrasil.org). Todos os direitos reservados. Não é permitida a reprodução total ou parcial deste artigo sem autorização expressa da AES Brasil.*

## Interpolação de Sinais de Áudio Usando Polinômios do Par de Linhas Espectrais

Paulo A. A. Esquef<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Helsinki Univ. of Technology, Lab. of Acoustics and Audio Signal Processing, P.O.Box 3000, FIN-02015 HUT, Espoo, Finland  
[paulo.esquef@hut.fi](mailto:paulo.esquef@hut.fi)

### RESUMO

Esse artigo aborda a interpolação de falhas longas em sinais de áudio através de técnicas baseadas em modelos autorregressivos (AR). Demonstra-se que a utilização de modelos AR modificados, baseados na soma ponderada dos polinômios do par de linhas espectrais (PPLE), produz melhores resultados perceptivos do que o emprego de modelos convencionais de mesma ordem.

### 1 INTRODUÇÃO

A reconstrução de amostras perdidas em sinais de áudio é uma tarefa comumente necessária em aplicações de áudio. Exemplos de perda de sinal são encontrados em situações como erros em uma transmissão digital [1] e reprodução de matrizes degradadas de gravações históricas [2].

A modelagem autorregressiva (AR) encontra utilidade em várias aplicações no processamento de sinais de fala e música. Exemplos típicos são a codificação por predição linear [3], a detecção de erros [4] e a reconstrução de sinais de áudio [5, 6]. No último caso, interpoladores AR são adequados para reconstruir fragmentos muito curtos de sinais. Isso se deve, basicamente, ao fato de a suposição de estacionariedade ser válida somente para trechos curtos, i.e., aproximadamente 20 ms, de sinal.

Na interpolação de falhas longas, o desempenho de interpoladores AR é fraco, uma vez que a energia do sinal interpolado decai em direção ao meio do segmen-

to a ser reconstruído. Isso se deve, principalmente, à minimização do erro de modelagem, empregada na estimação das amostras perdidas. Considerando uma situação limite em que o erro é nulo, o sinal interpolado dependerá basicamente da resposta impulsiva do modelo AR. Assim, para que a interpolação funcione, é preciso que o decaimento da resposta impulsiva do modelo seja lento o suficiente para preencher a falha. Para modelos cujos pólos se situem afastados da borda do círculo unitário e, logo, possuam respostas impulsivas de decaimento rápido, o efeito de atenuação energética se torna crítico.

Uma opção simples para se contornar esse problema consiste em aumentar a ordem do modelo AR, visto que isso tende a produzir modelos com pólos mais próximos da circunferência unitária. Outras soluções incluem a imposição de um limite inferior para a minimização do erro de modelagem [7, 8].

Para fragmentos tão longos quanto o limite de estacionariedade de tempo curto é recomendável a utilização

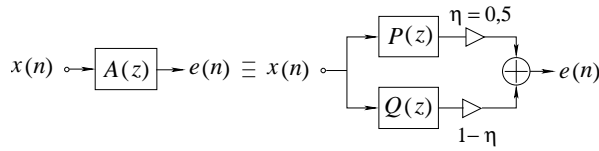


Figura 1: Equivalência entre  $A(z)$  e os PPLEs.

de dois modelos AR: um estimado a partir do segmento que imediatamente precede a falha e outro a partir do segmento que imediatamente a sucede [9]. Abordagem similar foi também proposta em [10, 11, 12].

O interpolador investigado nesse trabalho é baseado na proposição descrita em [10, 11, 12]. Aqui, entretanto, ao invés de se utilizarem modelos AR convencionais, modelos AR modificados são empregados. A modificação consiste em computar os PPLEs associados ao modelo AR convencionalmente estimado e obter um modelo AR modificado através da soma ponderada daqueles [13]. O modelo modificado é, então, usado diretamente no algoritmo de interpolação.

A vantagem dessa proposta reside na possibilidade de, através do ajuste de um único parâmetro, se realocar os pólos do modelo modificado mais proximamente da circunferência unitária. Isso resulta num benefício claro ao problema de interpolação. Um efeito colateral da modificação proposta é que as frequências dos pólos realocados se tornam polarizadas em relação aos valores originais. Conseqüentemente, distorções podem ser percebidas nas porções de sinal reconstruídas (ver mais detalhes na Seção 5). Apesar disso, o emprego dos modelos AR modificados produz resultados superiores aos obtidos com o uso de modelos convencionais de mesma ordem.

Este artigo é organizado como se segue. A Seção 2 define os polinômios do par de linhas espectrais e revê suas propriedades. A Seção 3 ilustra as propriedades dos modelos modificados. O método de interpolação utilizado é descrito na Seção 4. Os resultados experimentais são apresentados na Seção 5 e avaliados subjetivamente na Seção 6. As conclusões são apresentadas na Seção 7.

## 2 POLINÔMIOS DO PAR DE LINHAS ESPECTRAIS

Suponha a resposta de um filtro de predição linear de  $p$ -ésima ordem como  $A(z) = 1 - \sum_{k=1}^p a(k)z^{-k}$ , onde  $a(\cdot)$  representam os coeficientes do filtro na sua forma direta. A função de transferência do filtro de síntese  $1/A(z)$  é garantidamente estável se  $A(z)$  possuir fase mínima.

A idéia por trás dos PPLEs é representar o polinômio  $A(z)$  por meio de dois outros polinômios cujos zeros se encontram exatamente sobre a circunferência unitária. O mapeamento envolvido é dado por  $P(z) = A(z) + z^{-(p+1)}A(z^{-1})$  e  $Q(z) = A(z) - z^{-(p+1)}A(z^{-1})$ , onde  $P(z)$  e  $Q(z)$  são os assim chamados polinômios do par de linhas espectrais [14]. Ademais,  $A(z)$  pode ser re-

construído a partir de  $P(z)$  e  $Q(z)$  através da relação  $A(z) = \frac{1}{2}[P(z) + Q(z)]$ . A equivalência entre  $A(z)$  e a soma ponderada de  $P(z)$  e  $Q(z)$  é ilustrada na Fig. 1.

## 3 SOMA PONDERADA DE PPLES

Um esquema de predição linear baseado na soma ponderada dos PPLEs foi proposto em [13]. O filtro de análise é definido como

$$D(z, \eta) = \eta P(z) + (1 - \eta)Q(z), \quad (1)$$

onde, como antes,  $P(z)$  e  $Q(z)$  são, respectivamente, os PPLEs simétrico e assimétrico associados a  $A(z)$ . O peso  $\eta$  é um ganho de valor real. Como visto na Seção 2 e na Fig. 1, para  $\eta = 0,5$  a equivalência  $D(z, \eta = 0,5) = A(z)$  é verdadeira. Deve-se notar que, para  $\eta \neq 0,5$ ,  $D(z, \eta)$  tem ordem  $p + 1$ , enquanto  $A(z)$  tem ordem  $p$ .

Para  $\eta = 1$  e  $\eta = 0$ , o preditor modificado  $D(z, \eta)$  se reduz a  $P(z)$  e  $Q(z)$ , respectivamente. Logo, os pólos de  $1/D(z, \eta)$  estão localizados na circunferência unitária. Além disso, mostra-se em [13] que  $1/D(z, \eta)$  é estável se  $\eta \in ]0, 1[$ . Por simplicidade, o modelo AR  $1/D(z, \eta)$  será chamado, daqui em diante, de modelo modificado.

A figura 2 mostra o lugar-das-raízes de  $1/D(z, \eta)$  em função do peso  $\eta$ , para um modelo AR sintético de quarta ordem. Uma inspeção visual da Fig. 2 revela que escolher  $\eta$  perto de 1 faz com que os ângulos dos pólos de  $1/D(z, \eta)$  permaneçam (em baixas frequências) mais próximos dos ângulos do modelo AR original do que no caso de se adotar  $\eta$  próximo de 0. Ademais, adotar  $\eta = 0$  implica um pólo em DC, o que pode ser problemático em aplicações de síntese, enquanto que  $\eta = 1$  implica um pólo em  $z = -1$ .

Dado o arrazoado anterior, é plausível esperar-se que a adoção de  $\eta$  tendendo a 1 seja mais vantajosa que escolher  $\eta$  perto de 0, como recurso para mover os pólos do modelo modificado mais para perto da circunferência unitária. Alternativamente, pode-se pensar em computar as raízes de  $A(z)$  e artificialmente aumentar seus módulos (raios). Entretanto, o cálculo das raízes de polinômios de alta ordem, além de ser computacionalmente custoso, é sujeito a erros numéricos. Ao contrário, o custo computacional para se computar o modelo modificado é de apenas  $p$  multiplicações e  $p$  adições por modelo, ou seja, é negligível se comparado ao custo da estimação do modelo convencional.

## 4 MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO MODIFICADO

Os modelos AR modificados podem ser utilizados em qualquer interpolador baseado em modelagem AR, e.g., o interpolador AR por critério de mínimos quadrados descrito em [6]. Como o presente trabalho lida com a interpolação de falhas tão longas quanto o máximo tempo de estacionariedade que se pode assumir em fragmentos

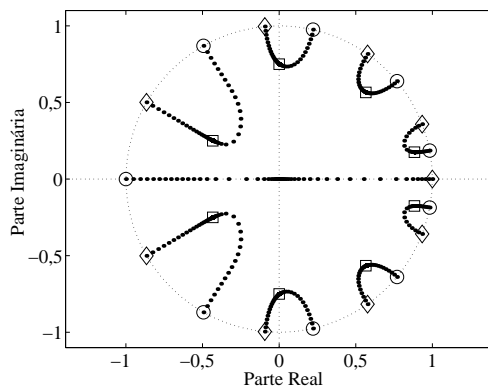


Figura 2: Lugar-das-raízes de  $1/D(z, \eta)$  em função de  $0 \leq \eta \leq 1$ , para um modelo AR sintético de quarta ordem. Os símbolos  $\square$ ,  $\diamond$  e  $\circ$  indicam a localização dos pólos para  $\eta = 0,5$ ,  $\eta = 0$  e  $\eta = 1$ , respectivamente.

de sinais de áudio, o esquema de interpolação proposto em [11] será ligeiramente modificado e utilizado nos experimentos.

Supondo uma falha de  $G$  amostras entre dois segmentos de  $N$  amostras cada um, os passos do método modificado de interpolação são os seguintes:

1. Estime um modelo AR a partir do segmento de  $N$  amostras que precede a falha e calcule o modelo modificado usando  $\eta$  perto de 1. A estimação do modelo AR é aqui realizada pelo método de Burg [15].
2. Extrapole para a frente o sinal através falha por meio da excitação do modelo modificado, como descrito em [12].
3. Repita os dois passos anteriores para o segmento que sucede a falha. Aqui, objetiva-se uma extrapolação para trás. Para isso, basta aplicar reversões temporais nos segmentos envolvidos.
4. Emende as duas seqüências extrapoladas através do esquema de janelamento<sup>1</sup> descrito em [11].

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O propósito desta seção é comparar o desempenho do método de interpolação proposto sob diversas configurações dos parâmetros de processamento. Primeiramente, ilustra-se o efeito de desvanecimento da energia do sinal interpolado e o papel da escolha da ordem do modelo AR nessa questão. Em seguida, demonstram-se os benefícios da utilização do modelo modificado dentro do método de interpolação.

<sup>1</sup>O parâmetro de *roll-off* foi ajustado em 3 em todas as simulações aqui apresentadas.

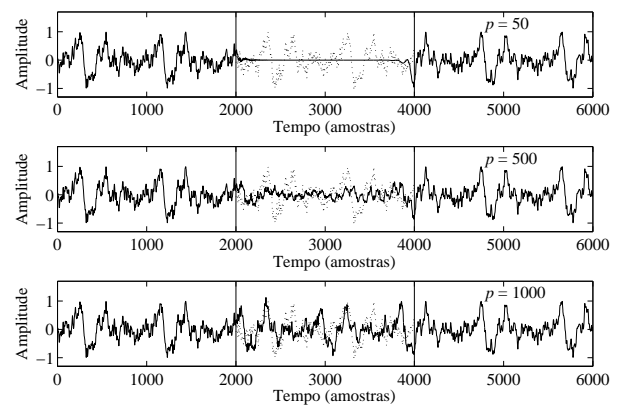


Figura 3: Desempenho do método de interpolação para diversos valores de ordem de modelo. A falha está presente entre as amostras 2001 e 4000. O sinal original na região da falha é mostrado em linha pontilhada.

### 5.1 Estudo de Caso: tom grave de piano

Este estudo de caso se refere a um tom grave de piano com frequência fundamental  $f_0 \approx 50$  Hz, tocado *forte*. Sinais desse tipo apresentam centenas de parciais e, portanto, suas modelagens por processos AR requerem o emprego de ordens altas. A adoção de ordens insuficientes não só negligencia alguns modos de ressonância, mas também tende a alargar a banda das ressonâncias modeladas. Em outras palavras, os pólos associados a essas ressonâncias não estão tão próximos da circunferência unitária quanto deveriam estar.

Como mencionado na Seção 1, a localização dos pólos do modelo AR tem papel crucial no processo de interpolação de falhas longas. Para exemplificar o efeito da escolha da ordem do modelo, uma falha de 2000 amostras (@ 44,1 kHz de frequência de amostragem) é artificialmente criada no sinal de teste, começando aproximadamente 5000 amostras depois do ataque da nota. A comparação entre os resultados de interpolação para vários valores de ordem de modelo é mostrada na Fig. 3. Dos resultados para esse sinal de teste, observa-se que ordens mais baixas que 500 são insuficientes para reconstruir o sinal adequadamente. Entretanto, a adoção de  $p = 1000$  aparentemente é suficiente para esse exemplo.

Agora, os modelos convencionais são substituídos por seus respectivos modelos modificados. A ordem<sup>2</sup> dos modelos é fixada em  $p = 150$  e  $\eta \in \{0,5, 0,8, 0,99\}$ . Os resultados do processo de interpolação são mostrados na Fig. 4. Nota-se que a adoção de  $\eta$  próximo de 1 parece melhorar o desempenho da interpolação, no que diz respeito à preservação da energia do sinal reconstruído ao longo da falha.

<sup>2</sup>O valor de  $p$  se refere à ordem do modelo convencional. A ordem do modelo modificado é, em geral,  $p + 1$ .

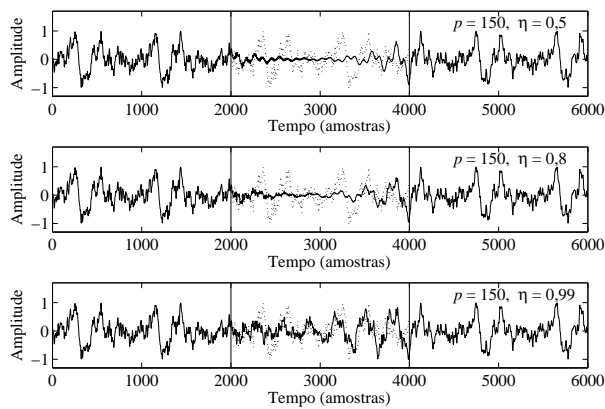


Figura 4: Desempenho do método de interpolação proposto para ordem de modelo  $p = 150$  e vários valores de  $\eta$ . A falha é localizada entre as amostras 2001 e 4000. O sinal original é mostrado em linha pontilhada.

Os resultados anteriores contam a favor da utilização dos modelos modificados no método de interpolação investigado, uma vez que, com as mesmas ordens de modelo, o uso dos modelos modificados produz melhores resultados, pelo menos visualmente. Ademais, o custo computacional extra necessário ao cálculo dos modelos modificados é mínimo, se comparado àqueles relacionados com a estimação dos modelos convencionais e o procedimento de extrapolação.

O efeito colateral do uso dos modelos modificados reside no desvio observado nas suas frequências de ressonância, em relação às frequências do modelo original. Apesar disso, frequências de ressonância ligeiramente desviadas serão provavelmente excitadas com um nível de energia similar ao das frequências originais. Essa é a razão pela qual o método de interpolação ainda funciona. Frequências de ressonâncias fortemente polarizadas serão provavelmente excitadas a baixos níveis de energia. Logo a contribuição destas na forma de distorções audíveis no sinal reconstruído pode ser menos crítica do que aquela causada por frequências de ressonância ligeiramente desviadas.

A Fig. 5 confronta os espectros do sinal original na região da falha com os espectros dos sinais reconstruídos, dadas as configurações de processamento indicadas. Nota-se que o espectro do sinal original tem um número substancial de ressonâncias.

O espectro do sinal interpolado com  $p = 150$  e  $\eta = 0,5$  revela que somente as ressonâncias mais proeminentes foram modeladas. Além disso, suas bandas parecem mais largas do que as originais.

Por outro lado, a configuração  $p = 150$  e  $\eta = 0,99$  produz um sinal com um número maior de ressonâncias proeminentes. Tais ressonâncias têm bandas mais es-

treitas do que as obtidas com a configuração  $p = 150$  e  $\eta = 0,5$ . Entretanto, é evidente que a estrutura intrínseca do espectro do sinal original não é bem modelada através de modelos AR de ordem baixa.

Em relação às frequências de ressonância, aquelas do sinal interpolado usando-se a configuração  $p = 150$  e  $\eta = 0,99$  mostram visualmente uma correlação relativamente alta com as ressonâncias do sinal original. A Fig. 6 ilustra melhor esse fato. Apesar disso, é possível observar desvios em algumas frequências de ressonância. Por exemplo, a ressonância proeminente que ocorre no sinal original em torno de 1500 Hz aparece um pouco acima no sinal interpolado. Há que se considerar, também, que os desvios nas frequências de ressonância são mais acentuados em altas frequências. Logo, é plausível especular que a qualidade dos sinais interpolados possa ser aceitável perceptualmente, apesar de possíveis distorções espúrias.

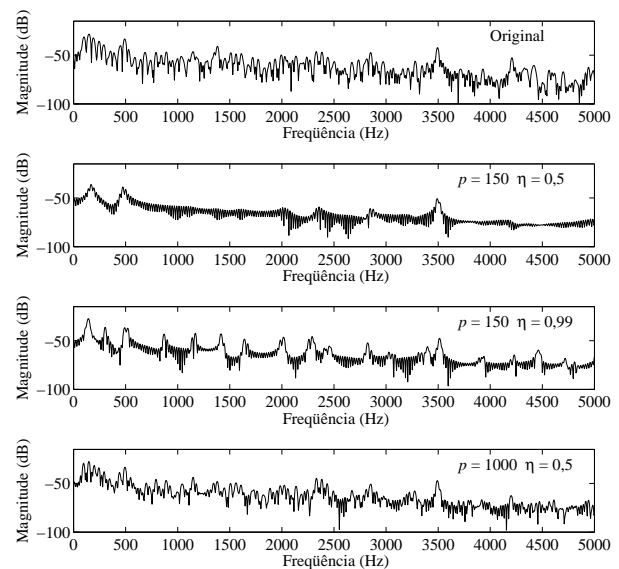


Figura 5: Detalhe (até 5 kHz) do espectro do sinal original e de sinais reconstruídos.

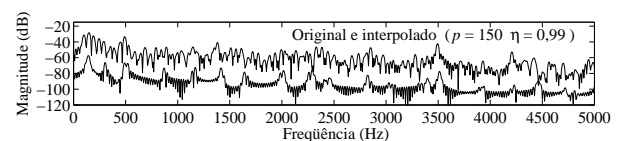


Figura 6: Detalhe (até 5 kHz) dos espectros do sinal original e do sinal reconstruído usando-se a configuração  $\eta = 0,99$  e  $p = 150$ . O espectro do sinal interpolado é mostrado com uma compensação de -30 dB para melhor visualização.

## 6 DESEMPENHO QUALITATIVO

Essa seção é dedicada à avaliação subjetiva do método de interpolação usando modelos modificados. Os sinais de teste utilizados, assim como as configurações de processamento empregadas, são descritos a seguir.

### 6.1 Sinais de teste

Nesse trabalho, por questões de praticidade, decidiu-se avaliar o desempenho do método de interpolação em quatro sinais de teste. Segue-se uma breve descrição desses sinais.

1. **Piano:** um tom de piano ( $f_0 \approx 50\text{Hz}$ ) tocado *forte*;
2. **Pop:** um excerto de 14 s de música pop finlandesa;
3. **Clássico:** um fragmento de 13 s de música orquestral;
4. **Canto:** um segmento de 20 s de canto *a capella*.

### 6.2 Configuração de processamento

Os experimentos consistem em criar falhas periódicas nos sinais de teste e aplicar o procedimento de interpolação para cada uma delas, usando, para cada sinal de teste, diversas configurações de parâmetros de processamento. Os sinais reconstruídos são então submetidos à apreciação de ouvintes que julgaram a qualidade dos resultados.

O tamanho das falhas é fixado em 2000 amostras (@ 44,1 kHz), o que corresponde a uma duração de aproximadamente 45 ms. Essa escolha exige sobremaneira do procedimento de interpolação, uma vez que a duração das falhas está no limite máximo acima do qual a estacionariedade não pode mais ser assumida em sinais de áudio. O avanço entre uma falha e a ocorrência subsequente é de 50000 amostras. Isso garante não só a existência de amostras suficientes antes e depois da falha para estimar os modelos AR, mas também que o interpolador será avaliado sob diferentes características espectro-temporais dos sinais de teste.

A idéia aqui é manter baixa a ordem dos modelos AR de modo que o resultado da interpolação seja insatisfatório quando usando modelos convencionais. Mantendo-se baixa a ordem, objetiva-se, então, verificar se ocorrem melhoras de desempenho devido ao uso dos modelos modificados. Nesse contexto, parece razoável adotar arbitrariamente  $p = 150$  para a ordem dos modelos modificados. A investigação, então, fica focalizada no efeito do parâmetro  $\eta$  nos resultados. Os valores adotados para  $\eta$  na investigação são  $\eta \in \{0,5, 0,8, 0,9, 0,99, 1\}$ .

A título de referências para comparações subjetivas, versões restauradas dos sinais de teste corrompidos foram obtidas usando-se também modelos convencionais com ordens  $p \in \{150, 300, 500, 1000\}$ . Os parâmetros de processamento usados nas simulações são resumidos na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros usados nas simulações.

Parâmetro	Valor
Extensão da falha	$G = 2000$ amostras
Periodicidade das falhas	50000 amostras
Ordem (AR convencional)	$p \in \{150, 300, 500, 1000\}$
Estimação AR	Burg, $N = 2000$ amostras
Ordem (AR modificado)	$p = 150$
Pesos nos PPLEs	$\eta \in [0,5, 1,0]$

### 6.3 Avaliação Subjetiva

A avaliação subjetiva foi realizada através de testes informais de audição. Quanto aos resultados relativos aos sinais de referência (usando modelos AR convencionais), observou-se que, como já se poderia antecipar, a qualidade da restauração aumenta com a ordem dos modelos AR, dentro da faixa investigada. Para todos os sinais de teste, a restauração usando modelos convencionais com ordem  $p = 150$  já produz certa melhora na qualidade perceptual, haja vista que as transições nas bordas das falhas são suavizadas. Entretanto, ainda é clara a presença das falhas.

Quanto a avaliação dos resultados obtidos através da utilização dos modelos modificados, a impressão geral é de que a percepção de melhorias qualitativas ocorre mais claramente para valores de  $\eta$  bem próximos de 1. Para todos os sinais de teste utilizados, e para  $p = 150$ , os resultados de interpolação obtidos com  $\eta = 1$  foram julgados como de qualidade superior aos correspondentes obtidos com  $\eta = 0,5$ , i.e., via modelos convencionais. Isso a despeito da ocorrência de algumas distorções nos sinais restaurados usando modelos modificados. Essas distorções aparecem como uma qualidade mais sintética e mecânica em certas falhas preenchidas.

O grau de melhora perceptiva varia de acordo com o sinal de teste. Por exemplo, para o sinal **Piano**, o procedimento de interpolação usando  $p = 150$  e  $\eta = 1$  produz um resultado que soa perceptivamente similar ao obtido com  $p = 500$  e  $\eta = 0,5$ . Conclusões semelhantes foram tiradas com relação ao sinal **Clássico**.

Já para os sinais **Pop** e **Canto**, as restaurações obtidas usando  $p = 150$  e  $\eta = 1$  soam similares àquelas produzidas com  $p = 1000$  e  $\eta = 0,5$ . Vale notar, entretanto, que os sinais **Pop** e **Canto** exigem mais do procedimento de interpolação, por serem menos estacionários do que os sinais **Piano** e **Clássico**. Assim, para aqueles, mesmo usando ordens altas para os modelos AR, como  $p = 1000$ , os resultados de restauração soam, em geral, inferiores qualitativamente a estes, quando comparados aos originais.

Pelos resultados supracitados, pode-se concluir que a utilização de modelos AR modificados ou, mais precisamente, a substituição de modelos AR convenci-

onais por seus correspondentes polinômios simétricos de linhas espectrais, dentro do procedimento de interpolação investigado, oferece um melhor balanço entre o custo computacional do método de interpolação e seu desempenho qualitativo. Exemplos dos sinais processados podem ser encontrados no URL: <http://www.acoustics.hut.fi/~esquef/aesbrasil/>.

## 7 CONCLUSÕES

Esse artigo apresentou uma aplicação dos polinômios do par de linhas espectrais associado a um modelo autorregressivo ao problema de reconstrução de sinais de áudio em falhas de longa duração. A modificação proposta no método de interpolação investigado consistiu na substituição de modelos AR estimados convencionalmente por uma soma ponderada de seus polinômios do par de linhas espectrais associados. A localização dos pólos desses modelos modificados pode ser controlada através de um único parâmetro de peso.

Foram realizados experimentos em um conjunto de quatro sinais de teste, degradados artificialmente e reconstruídos através do método proposto, sob diversas configurações dos parâmetros de processamento. A avaliação dos resultados obtidos, tanto visual como auditiva, revelou que adotar o parâmetro de peso igual a 1 favorece o desempenho qualitativo do método de interpolação. Essa escolha equivale à utilização do polinômio simétrico de linhas espectrais, cujos pólos se encontram exatamente na circunferência unitária.

Avaliações subjetivas através de testes de audição mostraram que, apesar de introduzir algumas distorções audíveis no sinais reconstruídos, a modificação proposta implica sinais restaurados com qualidade subjetiva superior aos obtidos através do método original, com mesma ordem (baixa) de modelo. Como a modificação proposta requer um custo computacional desprezível, é possível argumentar que a mesma melhora o método de interpolação, em termos de um melhor balanço entre complexidade computacional e desempenho qualitativo.

## REFERÊNCIAS

[1] N. S. Jayant and S. Christensen, "Effects of Packet Losses in Waveform Coded Speech and Improvements Due to an Odd-Even Sample-Interpolation Procedure," *IEEE Trans. Communications*, vol. CAM-29, pp. 101–109, Feb. 1981.

[2] P. Wilson, "Record Contamination: Causes and Cure," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 13, pp. 166–176, Apr. 1965.

[3] J. Makhoul, "Linear Prediction: A Tutorial Review," *Proc. IEEE*, vol. 63, no. 4, pp. 561–580, 1975.

[4] S. V. Vaseghi and P. J. W. Rayner, "Detection and Suppression of Impulsive Noise in Speech Communication Systems," *IEE Proceedings*, vol. 137, pp. 38–46, Feb. 1990.

[5] A. J. E. M. Janssen, R. N. J. Veldhuis, and L. B. Vries, "Adaptive Interpolation of Discrete-Time Signals That Can Be Modeled as Autoregressive Processes," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 317–330, Apr. 1986.

[6] S. J. Godsill and P. J. W. Rayner, *Digital Audio Restoration — A Statistical Model Based Approach*, ch. 5. London, UK: Springer-Verlag, 1998.

[7] P. J. W. Rayner and S. J. Godsill, "The Detection and Correction of Artefacts in Degraded Gramophone Recordings," in *Proc. IEEE ASSP Workshop Applications Signal Processing Audio Acoustics*, pp. 151–152, Oct. 1991.

[8] M. Niedźwiecki, "Statistical Reconstruction of Multivariate Time Series," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, pp. 451–457, Jan. 1993.

[9] W. Etter, "Restoration of a Discrete-Time Signal Segment by Interpolation Based on the Left-Sided and Right-Sided Autoregressive Parameters," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, pp. 1124–1135, May 1996.

[10] I. Kauppinen, J. Kauppinen, and P. Saarinen, "A Method for Long Extrapolation of Audio Signals," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 49, pp. 1167–1180, Dec. 2001.

[11] I. Kauppinen and J. Kauppinen, "Reconstruction Method for Missing or Damaged Long Portions in Audio Signal," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 50, pp. 594–602, July/Aug. 2002.

[12] I. Kauppinen and K. Roth, "Audio Signal Extrapolation – Theory and Applications," in *Proc. 5th Int. Conf. on Digital Audio Effects*, (Hamburg, Germany), pp. 105–110, Sept. 2002. URL: <http://www.unibw-hamburg.de/EWEB/ANT/dafx2002/papers.html>.

[13] P. Alku and T. Bäckström, "All-pole Modeling Technique based on the Weighted Sum of the LSP Polynomials," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2002)*, vol. 1, (Orlando, Florida, USA), pp. 665–668, May 2002.

[14] F. K. Soong and B. W. Juang, "Line Spectrum Pair (LSP) and Speech Data Compression," in *Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Audio Signal Processing*, (San Diego, CA), pp. 1.10.1–1.10.4, 1984.

[15] M. H. Hayes, *Statistical Signal Processing and Modeling*, ch. 6. John Wiley & Sons, Inc., 1996.