LNCC
www.lncc.br
Laboratório Nacional de Computação Científica

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Av. Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, RJ - Cep 25651-075

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL

GA-038 Processamento Digital de Sinais – **Terceira Lista de Exercícios**

(Prazo de entrega: dia 8 de novembro de 2012, 9h)

Indique a linha de raciocínio pela qual chegou às soluções e embase as suas respostas com argumentações e justificativas adequadas. Para os exercícios que envolverem simulação computacional, apresente também os scripts e resultados gráficos produzidos. Todos os sinais e sistemas sob consideração são a tempo discreto ($n \in \mathbb{Z}$).

EXERCÍCIO 1

Determine (caso exista) a Transformada-$\mathcal{Z}$ e a região de convergência (RDC) de cada uma das sequências $x[n]$ abaixo.

a) $x[n] = -u[n-3] + u[n-3] * \delta[n+3]$
b) $x[n] = (-1{,}6)^n u[n+2] - \frac{1}{16}(0{,}5)^n u[-n-5]$
c) $x[n] = \{(3+4j)^n u[n]\} * \delta[n+3]$
d) $x[n] = \gamma^{|n|}$, com $|\gamma| < 1$

EXERCÍCIO 2

Sabe-se que as Transformadas-$\mathcal{Z}$ de duas sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$ distintas podem ter a mesma expressão algébrica, i.e., $X_1(z) = X_2(z)$. Nesses casos, a dubiedade é resolvida pelo conhecimento das Regiões de Convergência (RDC) distintas de $X_1(z)$ e $X_2(z)$. Sejam $h_i[n]$ respostas impulsivas de sistemas LTI distintos tais que $h_i[n] \overset{\mathcal{Z}}{\leftrightarrow} H(z)$, $i = 1,2,\dots,L$, ou seja, todas têm Transformada-$\mathcal{Z}$ com a mesma expressão algébrica dada por

$$H(z) = \frac{-\left(\frac{15}{2} + j\right) z^{-1}}{\left(1 - \frac{3}{2} j z^{-1}\right)(5 - z^{-1})}.$$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros de $H(z)$.
b) Quantas $h_i[n]$ distintas podem admitir a $H(z)$ acima? Para cada caso, indique a RDC de $H(z)$ correspondente.
c) Determine uma representação funcional não-recursiva para cada $h_i[n]$ encontrada no item (b).
d) Quais sistemas são causais e quais são BIBO-estáveis? Quais são simultaneamente causais e BIBO-estáveis?

EXERCÍCIO 3

Um sistema linear recebe como entrada a sequência $x[n] = -(0{,}7)^n u[-n-1]$ e entrega como saída a sequência $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

a) Determine as Transformadas-$\mathcal{Z}$ de $x[n]$ e $y[n]$ e esboce seus diagramas de pólos e zeros.
b) Encontre a função de transferência $H(z)$ e a resposta impulsiva $h[n]$ do sistema LTI que satisfaça a relação entrada-saída acima.
c) O sistema encontrado no item (b) é ao mesmo tempo BIBO-estável e de fase mínima?
d) Para o sistema encontrado no item (b), determine uma representação funcional não-recursiva para sua saída $y[n]$ quando a entrada é $x[n] = \{\dots,0,0,0{,}2_{\uparrow}0,-1,0,0,\dots\}$.

EXERCÍCIO 4

Analise as afirmativas abaixo e diga se são verdadeiras ou falsas.

a) A série de potências $X(z)$ que define a transformada- $\mathcal{Z}$ de uma sequência $x[n]$ só converge se $x[n] \in \ell_1$.

b) Para que um sistema LTI IIR seja BIBO-estável sua função de transferência não pode conter pólo algum no exterior do círculo unitário.

c) Se a função de transferência de um sistema LTI realizável contém somente dois pólos reais simétricos não-nulos e dois zeros na origem, então, pode-se garantir que o sistema é BIBO-instável.

d) Todos os pólos finitos de um sistema LTI com $h[n]$ FIR estão localizados na origem do plano-z.

EXERCÍCIO 5

Considere o sistema linear formado pela ligação em série dos dois sub-sistemas lineares especificados pelas representações abaixo:

Sistema 1: $H^{(1)}(z) = \frac{1-\frac{1}{a}z^{-1}}{1-az^{-1}}$, $|z| > |a|,\ \text{com } 0 < a < 1$

Sistema 2: $y[n] = x[2-n]$

a) Esboce o diagrama de pólos e zeros do sistema 1 e determine sua resposta impulsiva.

b) O Sistema 1 é BIBO-Estável?

c) Para a entrada $x[n] = \delta[n-1]$ aplicada ao Sistema 1, determine a saída $y[n]$ do Sistema 2 e a respectiva $Y(z)$.

d) Pode-se dizer que a sequência $y[n]$ obtida no item (c) é a resposta impulsiva do sistema equivalente, atrasada de 1 amostra?

e) Encontre a saída do sistema equivalente para a entrada $x[n] = a\delta[n] - a^2\delta[n-1]$.