

INTRODUÇÃO À ANÁLISE – FGV
LISTA II

Prof. Alexandre Madureira

Exercício 1. Sejam A, B conjuntos e $f : A \rightarrow B$ bijeção. Se $f^{-1} : B \rightarrow A$ for a função inversa de f , mostre que f^{-1} é bijeção.

Exercício 2. Sejam A, B e C conjuntos e $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ bijeções. Mostre que a função composta $g \circ f : A \rightarrow C$ dada por $g \circ f(x) = g(f(x))$ é bijeção. Se f^{-1} e g^{-1} forem as funções inversas de f e g , quem é $(g \circ f)^{-1}$? Justifique suas conclusões.

Exercício 3. Mostre por indução a desigualdade de Bernoulli: se $x > -1$, então $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Exercício 4. Sejam X e Y conjuntos e $f : X \rightarrow Y$ bijeção entre eles. Então X é finito se e somente se Y o é.

Exercício 5. Sejam A e B finitos e disjuntos. Mostre que $A \cup B$ é finito. O resultado continua sendo verdadeira caso os conjuntos não sejam mais disjuntos? Prove suas afirmativas.

Exercício 6. Sejam A e B finitos. Construa uma bijeção entre $\{1, 2, \dots, |A||B|\}$ e $A \times B$, onde $|A|$ denota o número de elementos de A (o mesmo para $|B|$ e B).