ANÁLISE I – FGV
SEGUNDA LISTA

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **25 de janeiro de 2019**

Exercício 1. Mostre que se $A \subseteq \mathbb{R}$ e $B \subseteq \mathbb{R}$ são abertos em $\mathbb{R}$, então o conjunto $C = A \times B$ é aberto no $\mathbb{R}^2$.

Exercício 2. Seja $A \subseteq \mathbb{R}^n$, e denote por interior de A o conjunto A° de pontos interiores de A. Mostre que

(1) $(A^\circ)^\circ = A^\circ$
(2) $(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$
(3) Se $B \subseteq A$ e B é aberto, então $B \subseteq A^\circ$ (i.e. A° é o "maior" aberto contido em A)

Exercício 3. Mostre sem usar o Teorema de Heine–Borel que $\{0, 1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots\}$ é compacto.

Exercício 4. Decida se os conjuntos abaixo são ou não compactos. Prove suas afirmativas sem utilizar o Teorema de Heine–Borel.

(1) $A \subseteq \mathbb{R}^n$, A finito.
(2) $B \subseteq \mathbb{R}^n$ tal que B não contém ao menos um de seus pontos de acumulação.

Exercício 5. Mostre, sem usar o Teorema de Heine–Borel, que se K é compacto e $F \subseteq K$ é fechado, então F é compacto.

Exercício 6. Sem usar a parte do Teorema de Heine-Borel que diz que todo fechado e limitado é compacto, mostre que a interseção arbitrária de compactos é compacta e que a união finita de compactos é compacta.