ANÁLISE I – FGV
QUINTA LISTA

Prof. Alexandre Madureira

Monitor João Lucas Thereze Ferreira

Data de entrega: **11 de março de 2015**

Exercício 1 (Ver definição de extremos locais na página 66). Sejam $a < b$ reais, e $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ contínua em $[a, b]$. Sejam $x_1 < x_2$ elementos de $[a, b]$ e máximos locais da f. Mostre que existe $c \in (x_1, x_2)$ que é mínimo local da f.

Exercício 2. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua em $\mathbb{R}$ e tal que $f(x + 1) = f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que f é limitada.

Exercício 3 (Ver definição de extremos locais na página 66). Sejam $a < b$ números reais e $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ contínua em $[a, b]$. Suponha que nenhum ponto interior é extremo local. Mostre que f é estritamente crescente ou estritamente decrescente.

Exercício 4. Mostre que o produto de duas funções uniformemente contínuas e limitadas é função uniformemente contínua.

Exercício 5. Sejam $a < b$ números reais, e $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ contínua. Mostre que dado $\epsilon > 0$, existem $a = a_0 < a_1 < \cdots < a_n = b$ tais que se x, $y \in [a_{i-1}, a_i]$ para algum $i \in \{1, \dots, n\}$, então $|f(x) - f(y)| < \epsilon$.

Exercício 6. Suponha $f : (0, 1] \to \mathbb{R}$ uniformemente contínua em $(0, 1]$. Mostre que podemos definir $f(0)$ tal que f seja uniformemente contínua em $[0, 1]$.