

ÁLGEBRA LINEAR – LNCC
LISTA I

Prof. Alexandre Madureira

Data de entrega: **20 de março de 2002**

1- Suponha que A é uma matriz banda, e que sua decomposição LU pode ser feita sem trocas de linhas. Mostrar que L e U também têm estrutura de banda.

2- Mostre que uma matriz quadrada A de ordem n tem $\text{rank} \leq 1$ se e somente se existem escalares $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ e β_1, \dots, β_n tais que $A_{ij} = \alpha_i \beta_j$.

3- Seja V o espaço vetorial de matrizes $n \times n$ sobre o corpo \mathbb{R} . Quais conjuntos de matrizes são subspaços de V ?

- (1) O conjunto das matrizes inversíveis.
- (2) O conjunto das matrizes não inversíveis.
- (3) O conjunto das matrizes $A \in V$ que comutam com uma outra matriz $B \in V$ fixa.
- (4) O conjunto das matrizes $A \in V$ tais que $A^2 = A$.

Provar no caso afirmativo, ou mostrar contra-exemplo da propriedade não válida em caso negativo.

4- Seja o conjunto P de números reais positivos. Definimos a “soma” de dois números como sendo o produto no sentido usual. E definimos o “produto” de um elemento $r \in P$ e um número real λ como sendo r^λ . Determine (e explique) se P é um espaço vetorial (com essas operações).